DETECCIÓN DE DAÑOS EN MATERIALES COMPUESTOS USANDO ONDAS DE LAMB

David Alejandro Collazos Burbano

FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
SANTIAGO DE CALI
2017

DETECCIÓN DE DAÑOS EN MATERIALES COMPUESTOS USANDO ONDAS DE LAMB

DAVID ALEJANDRO COLLAZOS BURBANO

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Ingenieria con Énfasis en Ingeniería Aeroespacial

Director:
Dr. Joao Luis Ealo Cuello

UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
SANTIAGO DE CALI
2017

Nota de aceptación

Firma jurado

Firma jurado

Para mi familia

Agradecimientos

Primeramente a Dios, por permitir que esto haya sido posible, por avalar y bendecir cada proyecto que emprendo.

A mi familia, por su ejemplo, dedicación y entrega. Por su apoyo incondicional en todo tiempo.

A mi princesa, por su compañía y paciencia, especialmente en los tiempos de redacción.

A mi director por su guía y dirección. Por ser participe de este sueño de estudiar, y estar en la brecha en cada proyecto que escribíamos.

A Alejandro Orrego y Jhon Pazos por su colaboración en los montajes y revisión del documento.

A cada miembro del Laboratorio de Vibraciones y Acústica, por generar un entorno académico y de distracción, y hacer ameno cada proceso.

David A. Collazos B.

Índice general

Índice de figuras **15**

Índice de tablas **21**

Introducción 23

Resumen 25

Objetivos 27

Estado del arte 29

1. Marco Teórico **39**

1.1. Introducción 39

1.2. Propagación de ondas elásticas 40

1.2.1. Ecuaciones de movimiento 40

1.2.2. Fenómeno de propagación 42

1.2.3. Reflexión y refracción de ondas en una interfaz plana 47

1.3. Dispersión 52

1.4. Ondas guiadas en placas 56

1.4.1. Ondas de Lamb en una placa 57

1.4.2. Curvas de dispersión a partir de las ecuaciones de Rayleigh-Lamb (Solución numérica) 62

1.4.3. Generación y medición de ondas de Lamb 64

1.5. Detección de daños utilizando ondas de Lamb 72

2. Montajes experimentales y post-procesamiento **75**

2.1. Montajes experimentales 75

2.1.1. Sistema completamente acústico (Ultrasonido acoplado en aire) . . . 76

2.1.2. Sistema completamente óptico (Ultrasonido basado en láser) 78

2.1.3. Sistema híbrido (TAA-LDV) 79

2.2. Post-procesamiento y técnicas de análisis de ondas de Lamb 80

2.2.1. Dominios de análisis 83

2.2.2. Extracción de características e índices de daño 86

3. Generación y medición de ondas de Lamb - implementación de las técnicas **89**

3.1. Generación y captura de ondas de Lamb utilizando un sistema completamente acústico 90

3.2. Generación y captura de ondas de Lamb utilizando un sistema completamente óptico 94

3.3. Generación y captura de ondas de Lamb utilizando un sistema híbrido TAA-LDV 100

4. Ondas de Lamb en materiales compuestos. Casos de estudio y detección de daños. **107**

4.1. Estructura compuesta aluminio-acero 108

4.2. Placa fabricada a partir de CFRP (Polimero reforzado con fibra de carbono) 116

4.2.1. Análisis en placa de CFRP de referencia 117

4.2.2. Análisis en placa de CFRP con agujero pasante 121

4.2.3. Análisis en placa de CFRP con muesca 124

4.2.4. Comparación de las ondas de Lamb en las diferentes condiciones de la muestra de CFRP 126

4.3. Placa fabricada a partir de GFRP (Plástico reforzado con fibra de vidrio) . . 130

4.3.1. Análisis en placa de GFRP de referencia 130

4.3.2. Análisis en placa de GFRP con agujero pasante 134

4.3.3. Análisis en placa de GFRP con muesca 135

4.3.4. Comparación de las ondas de Lamb en las diferentes condiciones de daño del GFRP 138
4.4. Otras configuraciones empleadas con sistemas híbridos para la inspección de materiales compuestos 143
4.4.1. Sistema pitch-catch para la detección de una muesca en un compuesto de GFRP 144
4.4.2. Medición de las dimensiones laterales de un defecto utilizando el sistema híbrido propuesto 146
4.5. Detección de daños en un cilindro compuesto de Al-CFRP con insertos de polipropileno 150

Conclusiones **157**

Trabajo futuro **161**

Apoyo y Financiamiento **165**

Anexos **167**

A. Solución numérica de las curvas de dispersión (Scripts) **168**
A.1. Archivo principal (main) 168
A.2. Código de optimización para minimizar las funciones de dispersión 170
A.3. Función de costo para calcular el modo simétrico 173
A.4. Función de costo para calcular el modo antisimétrico 174

Índice de figuras

1.1. Volumen material. 41
1.2. Relación entre las velocidades de fase y de grupo [1]. 46
1.3. Gráfico de dispersión y velocidades de fase y de grupo [2]. 47
1.4. Refracción de una onda que incide sobre una interfaz plana. 48
1.5. Reflexión y refracción en la frontera entre dos medios. Caso general. 49
1.6. Plano de incidencia y vector de slowness en un medio anisotrópico. 50
1.7. Dispersión por anisotropía [1]. 52
1.8. Dispersión en una cuerda tensionada que descansa sobre una base elástica. . 53
1.9. Relación de dispersión para la cuerda de la figura 1.8. 55
1.10. Curvas de dispersión para la cuerda de la figura 1.8. 56
1.11. Sistema de coordenadas de la placa estudiada. 58
1.12. Desplazamientos de las superficies de una placa no restringida ocasionados por una onda de Lamb. 61
1.13. Desplazamientos de partícula en los modos simétrico y antisimétrico ocasionados por una onda de Lamb [3]. 62
1.14. Relaciones de dispersión obtenidas a partir de las ecuaciones de Rayleigh-Lamb. 65
1.15. Método de ultrasonidos convencional para generar y medir ondas de Lamb. . 67
1.16. Transductor tipo peine [4]. 68
1.17. Sensores de oblea piezoeléctrica o PWAS [5]. 68
1.18. Arreglo de transductores en fase. 69
1.19. Generación de ondas de Lamb con ultrasonido acoplado en aire. 70

1.20. Montaje óptico para inducir y medir ondas de Lamb [6]. 71

2.1. Sistema completamente acústico. 76
2.2. Onda de fuga generada por la propagación de una onda de Lamb a través de una placa [7]. 77
2.3. Sistema completamente óptico. 78
2.4. Sistema híbrido. 79
2.5. Filtrado de señales utilizando la transformada discreta de wavelet [8]. 82
2.6. Flujo de la información para la identificación de daños utilizando ondas de Lamb. 86

3.1. Montaje del sistema completamente acústico utilizado para inducir y medir ondas de Lamb. 90
3.2. Señales de excitación y recepción medidas en una prueba realizada con el sistema completamente acústico. Las formas de onda temporales han sido escaladas para permitir una mejor visualización. 91
3.3. Relación entre la energía transmitida, el ángulo crítico, y la frecuencia de la onda de Lamb generada con el sistema completamente acústico. 93
3.4. Curva de dispersión para un aluminio de espesor $1mm$ obtenida con un sistema completamente acústico. Arriba: Dependencia entre el ángulo y la frecuencia. Abajo: Curvas de dispersión experimental y teórica. 94
3.5. Montaje del sistema completamente óptico utilizado para inducir ondas de Lamb. 95
3.6. Onda de Lamb generada con un pulso láser. La forma de onda temporal ha sido escalada para una mejor visualización. 96
3.7. Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb inducida con el sistema completamente óptico. 98
3.8. Gráfico de dispersión para un aluminio de espesor $1mm$ obtenido con el sistema completamente óptico. 99
3.9. Curva de dispersión para un aluminio de espesor $1mm$ obtenida con el sistema completamente óptico. 100

3.10. Montaje del sistema híbrido utilizado para inducir y medir ondas de Lamb. . 101
3.11. Onda de Lamb generada con un TAA. La forma de ondad temporal ha sido escalada para una mejor visualización. 102
3.12. Direcciones de propagación del frente de onda generado. TAA indica el área de la placa que es irradiada con energía acústica. 103
3.13. B-Scan medida sobre una línea en la superficie de la placa. 103
3.14. Frente de fase del B-Scan obtenido con el sistema híbrido. 104
3.15. Relaciones de dispersión para un aluminio de espesor $1mm$ obtenidas con el sistema híbrido. 105
3.16. Propagación del modo A_0 de Lamb. La medición fue realizada por ambas caras de la placa. Azul: Cara superior. Rojo: Cara inferior. 106

4.1. Placa compuesta Aluminio-Acero. 108
4.2. Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la estructura compuesta Al-Acero. La medición es realizada por el lado donde la unión Al-Acero es visible. 109
4.3. Relaciones de dispersión obtenidas para la estructura Aluminio-Acero. La medición es realizada por el lado donde la unión Al-Acero es visible. 112
4.4. Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la estructura compuesta Al-Acero. La medición es realizada por el lado plano de la muestra. 113
4.5. Relaciones de dispersión obtenidas para la estructura Aluminio-Acero. La medición es realizada por el lado plano de la muestra. 115
4.6. Placa construida a partir de fibras de carbono. 116
4.7. Cortes transversales de la placa construida a partir de fibra de carbono. . . . 117
4.8. Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la placa fibra de carbono. 118
4.9. Gráfico de dispersión obtenido para la placa de fibra de carbono. 119
4.10. Variación de la longitud de onda con la frecuencia, para una onda de Lamb en placa de fibra de carbono. 120
4.11. Placa de fibra de carbono con agujero pasante. 121
4.12. Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la placa de fibra de carbono con agujero pasante. 122

4.13. Gráfico de dispersión obtenido para la placa de fibra de carbono con agujero pasante. 123
4.14. Placa de fibra de carbono con muesca. 124
4.15. Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la placa de fibra de carbono con muesca. La inspección se realiza por el lado donde la muesca es visible. 125
4.16. Comparación de la curvas de dispersión obtenidas en la placa de fibra de carbono bajo diferentes condiciones de daño. 127
4.17. Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la placa de fibra de carbono con muesca. La inspección se realiza por el lado donde la muesca no es visible. 128
4.18. Gráfico de dispersión obtenido para la placa de fibra de carbono con muesca. 129
4.19. Placa construida a partir de fibra de vidrio. 130
4.20. Cortes transversales de la placa construida a partir de fibra de vidrio. 131
4.21. Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la placa de fibra de vidrio. 132
4.22. Gráfico de dispersión obtenido para la placa de fibra de vidrio. 133
4.23. Variación de la longitud de onda con la frecuencia, para una onda de Lamb en placa de fibra de vidrio. 134
4.24. Placa de fibra de vidrio con agujero pasante. 135
4.25. Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la placa de fibra de vidrio con agujero pasante. 136
4.26. Gráfico de dispersión obtenido para la placa de fibra de vidrio con agujero pasante. 137
4.27. Placa de fibra de vidrio con muesca. 138
4.28. Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la placa de fibra de vidrio con muesca. La inspección se realiza por el lado donde la muesca es visible. 139
4.29. Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la placa de fibra de vidrio con muesca. La inspección se realiza por el lado donde la muesca no es visible. 140

4.30. Gráfico de dispersión obtenido para la placa de fibra de vidrio con muesca. . 141
4.31. Detección de defectos sobre una placa de fibra de vidrio con un tamaño de muesca mayor. 142
4.32. Comparación de las curvas de dispersión obtenidas en la placa de fibra de vidrio bajo diferentes condiciones de daño. 143
4.33. Detección de una muesca en la placa de fibra de vidrio utilizando un sistema híbrido en pitch-catch. 145
4.34. Muesca en la placa de fibra de vidrio vista a partir de los frentes de fase de la onda generada en pitch-catch. 146
4.35. Esquema de medición para la determinación de defectos cuando la onda incide oblicuamente sobre el defecto. 147
4.36. Detección de una muesca no visible a partir de la propagación de una onda plana que incide oblicuamente al defecto. 148
4.37. Líneas de observación para determinar la presencia de un defecto sin recurrir a un plano completo de observación. 149
4.38. Montaje experimental para inspeccionar el cilindro compuesto a partir del sistema híbrido en Pitch-Catch. 150
4.39. Capas del cilindro en la dirección radial. 151
4.40. Despegado y delaminaciones a diferentes profundidades en el cilindro de Aluminio-CFRP. 152
4.41. Inspección del cilindro compuesto utilizando una configuración en pitch-catch. 153
4.42. Montaje en transmisión para inspeccionar el cilindro compuesto. 154
4.43. Inspección del cilindro compuesto utilizando una configuración en transmisión. 155

Índice de tablas

4.1. Valores típicos de velocidad para el aluminio y el acero. 111
4.2. Ubicación de los insertos de polipropileno en las capas del cilindro compuesto. 151

Introducción

Hoy en día la inspección ultrasónica es un estándar en los métodos de ensayos no destructivos para la evaluación de la salud estructural (*Structural Health Monitoring* por sus siglas en inglés, SHM). No obstante, las técnicas clásicas de inspección por ultrasonido presentan limitantes cuando se trata de evaluar materiales compuestos, por ejemplo estructuras conformadas a partir de múltiples capas con propiedades mecánicas diferentes. Una de las dificultades de este tipo de sistemas se debe a la diferencia en las impedancias acústicas de cada capa, lo que ocasiona grandes pérdidas de energía acústica al interior de la muestra. También, se encuentra la dificultad de determinar defectos entre capas de una misma estructura, o la alta atenuación de las ondas que límita su propagación en superficies de área grande, o la imposibilidad de realizar análisis en presencia de geometrías complicadas tales como bordes a diferentes ángulos, curvaturas, y/o cambios de espesor en la estructura.

Una alternativa a estos mecanismos convencionales de inspección se encuentra en las ondas de Lamb, que son ondas elásticas guiadas que pueden viajar a frecuencias ultrasónicas en estructuras tipo placa (muy comúnes en aplicaciones comerciales y en la industria aeroespacial). Estas ondas se propagan en todo el volumen de la estructura, brindando información no solo de la superficie de la muestra sino de su interior, incluso si está conformada por diferentes capas. Debido a la existencia de dos modos (simétrico y anti-simétrico), que pueden suceder en infinitos ordenes, se tiene la opción de sintonizar la sensibilidad de estas ondas para resaltar la presencia de diferentes defectos o anomalías tales

como grietas, agujeros, muescas, cambios de espesor, cambios de material, delaminaciones, despegado, entre otros.

Estas ondas se pueden generar y medir a partir de diferentes técnicas que implican dispositivos mecánicos (a partir de transductores ultrasónicos, *shakers*, martillos de rebote, etc.), ópticos (como los láseres pulsados, métodos de interferometria y vibrometria láser, cámaras CCD, etc.), o híbridos que combinan diferentes técnicas para aprovechar las ventajas que cada tecnología ofrece. Entre las tecnologías disponibles, las que han cuativado la atención en años recientes se basan en transductores ultrasónicos acoplados en aire, láseres pulsados, o vibrometria láser. Su auge se debe, entre otros, a que proporcionan un aumento en el ancho de banda de las señales excitadas, un incremento en la resolución espacial, capacidades de generación y medición sin alterar la muestra bajo estudio, y la posibilidad de inspeccionar casi culaquier material sin importar sus propiedades, forma, o dimensión.

En este trabajo se estudian las capacidades de las ondas de Lamb para detectar daños, visibles y no visibles, en materiales compuestos construidos a partir de diferentes materiales (aluminio, acero, fibra de carbono, fibra de vidrio), explorando su versatilidad tanto en geometrías planas como curvas. Además, este trabajo resulta pionero en este campo, puesto que se trata del primer trabajo, hasta donde consta al autor, que compara la versatilidad de tres sistemas sin contacto para la generación y medición de ondas de Lamb en materiales compuestos, utilizando técnicas acústicas y ópticas, donde se observan las ventajas y desventajas de cada método propuesto, así como las características y requerimientos técnicos necesarios para la implementación de cada uno y su potencial uso en aplicaciones SHM.

Resumen

Este documento contiene los resultados de investigación del estudio de las ondas de Lamb para detectar daños en materiales compuestos. Una onda de Lamb es una onda elástica que se propaga en estructuras tipo placa, deformando el espesor mientras viajan. Debido a que estas son ondas guiadas es posible utilizarlas en ensayos no destructivos para determinar daños a cualquier profundidad de la muestra bajo estudio.

El documento inicia presentando el estado del arte de las técnicas de inspección no destructiva que emplean ondas de Lamb. La información se organiza en tres partes: la primera contiene una descripción de las herramientas teóricas y numéricas utilizadas para estudiar la interacción de las ondas de Lamb con el medio. La segunda contiene los mecanismos de generación y medición, incluyendo una discusión acerca de las técnicas mecánicas, ópticas e híbridas. El estado del arte finaliza con las estrategias de post-procesamiento y extracción de información que se pueden utilizar cuando se trabaja con estas ondas.

El capítulo 1 es el marco teórico, en el que se consignan las bases del fenómeno de propagación de las ondas de Lamb, partiendo de las ecuaciones de movimiento, las velocidades de grupo y de fase, la reflexión y refracción en una interfaz plana, y el concepto de dispersión. Este último es la base para comprender la teoría de ondas de Lamb en estructuras tipo placa. Luego, se deducen las ecuaciones de Lamb-Rayleigh que describen de forma analítica la ecuación de dispersión para placas, enseguida se propone una técnica numérica para resolver dichas ecuaciones y obtener las curvas de dispersión. Finalmente, se describen

algunos mecanismos típicos de generación, medición y detección de daños con ondas de Lamb.

En el capítulo 2 se describen los equipos necesarios para realizar los montajes. En este trabajo se han implementado tres sistemas para inducir y medir ondas de Lamb: un sistema completamente acústico, un sistema completamente óptico, y un sistema híbrido. Posteriormente, se describen las técnicas de procesamiento digital empleadas y la forma como se realizó el análisis de la información capturada.

La comparación de los montajes realizados se consigna en el capítulo 3. Con el objetivo de evaluar el desempeño de estos montajes se ha utilizado aluminio como muestra de referencia. La comparación se ha realizado en tres dominios de análisis, a saber, el dominio del tiempo, la frecuencia, y en tiempo-frecuencia. Adicionalmente, se han utilizado las ecuaciones de Lamb-Rayleigh con el objetivo de verificar que los procedimientos experimentales y el post-procesamiento fueran correctos.

Después de evaluar las bondades de cada montaje, se elige el sistema híbrido para realizar las inspecciones en los materiales compuestos seleccionados. Los resultados se presentan en el capítulo 4. Las muestras estudiadas se han clasificado en tres conjuntos: 1) Placa bi-capa fabricada al unir aluminio y acero. 2) Placas compuestas fabricadas a partir de fibras de carbono y de vidrio. Estas han sido estudiadas sin defectos, y con defectos por agujero pasante y por muescas. 3) Cilindro compuesto fabricado a partir de aluminio y fibra de carbono, con defectos por despegado y delaminaciones.

Al final se presentan las conclusiones y el trabajo futuro. El Anexo A contiene el script para simular las ecuaciones de dispersión encontradas en el capítulo 1.

Objetivos

Objetivo General

• Aplicar ondas de Lamb para detectar daños en materiales compuestos utilizados en la industria aeroespacial.

Objetivos Específicos

• Seleccionar un mecanismo apropiado para inducir ondas de Lamb en materiales compuestos con el objetivo de detectar daños.

• Seleccionar una tecnología y geometría de transductores actuadores-sensores, así como su apropiada ubicación sobre la muestra, para la detección de daños en materiales compuestos utilizados en la industria aeroespacial.

• Definir un conjunto de parámetros adecuados para la señal de excitación, necesaria para inducir ondas de Lamb sobre materiales compuestos utilizados en la industria aeroespacial.

• Establecer el montaje experimental para realizar la detección de fallos en materiales compuestos, así como la interconexión de los equipos y el desarrollo del código para el procesamiento de las señales adquiridas.

• Detectar daños por delaminación, agujeros pasantes y rompimiento de fibras en materiales compuestos utilizados en la industria aeroespacial aplicando métodos de ondas de Lamb.

Estado del arte

Las técnicas de inspección no destructiva han evolucionado con los años en función de las características de la inspección realizada y del tipo de materiales que son objeto de evaluación. Dentro de estas técnicas de inspección se encuentra un área de aplicación de gran interés, conocido como la *inspección no destructiva*, o NDT por sus siglas en inglés. Este término se refiere a la evaluación e inspección de materiales a través de los diferentes procesos que tienen lugar en la fabricación y uso de los mismos, con el fin de caracterizar las piezas construidas y/o encontrar defectos en ellas.

En lo referente a materiales compuestos, la variedad de métodos y técnicas para detectar daños es amplia, incluyendo técnicas con y sin contacto [9]. Entre estas cabe mencionar las técnicas que emplean ondas ultrasónicas, las cuales son bastante atractivas no solo por sus características no destructivas, sino también porque al viajar por el material las ondas interactúan con las propiedades mecánicas del medio, brindando información de primera mano acerca del estado actual de la muestra.

Una forma en la cual se puede realizar la inspección de materiales compuestos es mediante la propagación de ondas guiadas. Un caso particular de estas son las ondas de placa (que se propagan en materiales con formas de lámina) también conocidas como *ondas de Lamb* [10]. Las técnicas que emplean estas ondas permiten detectar grietas y diferentes tipos de daños en materiales cuyas geometrias favorecen la propagación de ondas guiadas. De allí su amplio potencial de uso para la inspección de diversos productos en los

que se utilizan materiales compuestos, tales como la industria aeroespacial, deportiva, y automotriz, entre otros.

Probablemente la primera publicación donde se reconoce el potencial de las ondas de Lamb, como una herramienta para realizar ensayos no destructivos es el trabajo reportado por Worlton [11, 12]. Desde ese momento se ha generalizado un interés por la aplicación de estas y otro tipo de ondas guiadas, permitiendo encontrar en la literatura diferentes mecanismos para su generación y/o detección. Estos mecanismos pueden ser de dos tipos: 1) acoplados o 2) sin contacto. Los primeros requieren un elemento acoplante tal como agua, gel, o algún otro medio sólido o viscoso, que permita la transmisión de las ondas acústicas a partir de un mejor acople de impedancias acústicas. En el caso de mecanismos sin contacto, los elementos pueden ser variados, incluyendo tecnologías tanto óptica como ultrasónica, que sin requerir un contacto directo con la muestra, permiten ya sea inducir o medir ondas elásticas a través de las muestras.

La información del estado del arte que se presenta a continuación se ha organizado con base en tres componentes: 1) El estudio teórico de las ondas de Lamb y su interacción con el medio, 2) Los mecanismos de generación y medición de las ondas de Lamb, y 3) Las estrategias de post-procesamiento y extracción de información para detectar daños y extraer características.

1. **Estudio teórico de las ondas de Lamb y su interacción con el medio.**

La forma como las ondas de Lamb interactuan con el medio, y sus cambios en función de las características de este, se puede estudiar ya sea numérica o analíticamente. El objetivo es determinar las relaciones de dispersión del material que, en general, expresan el cambio de la velocidad de fase con la frecuencia de la onda (una descripción más detallada se realiza en el capítulo 1). Las aproximaciones analíticas son pocas debido a que en el proceso de solución aparecen determinantes de alto orden, limitando los resultados en forma cerrada, fundamentalmente, al estudio de materiales isotrópicos. Con referencia a este tema, el texto de Rose [2] es una publicación que presenta el fenómeno de propagación de ondas guiadas de

una forma clara y descriptiva, estudiando la propagación en medios isotrópicos y resolviendo la ecuación de onda utilizando el teorema de descomposición de Helmholtz y el *método de los potenciales*, y a partir de estos encuentra las curvas de dispersion del material.

Cuando el medio es anisotrópico el método de los potenciales no es adecuado, y se prefiere utilizar la *técnica de las ondas parciales* [1, 2]. El concepto de "ondas parciales" establece que la generación de ondas de placa es el resultado de la superposición de ondas longitudinales y transversales que se propagan al interior de la placa. Frente al método de los potenciales la técnica de las ondas parciales presenta dos ventajas: 1) permite encontrar soluciones de onda de forma más directa, y 2) provee una percepción de la naturaleza fśica de las ondas. Debido a la complejidad que representa estudiar materiales anisotrópicos, las soluciones que tienen lugar con este método son numéricas y no es posible hallar soluciones analíticas para las relaciones de dispersión del material.

Casos prácticos de implementaciones numéricas donde se estudian monocapa y multicapa, junto con el análisis de las interacciones onda-estructura, en presencia de diferentes tipos de daños se presentan en [13, 14]. Es notable el trabajo de Agostini [15], quien modela las interacciones locales en una muestra construida a partir de fibra de vidrio (sin daños, con agujeros pasantes, muescas, y delaminaciones), para estudiar como se comportan las ondas de Lamb al interior de la estructura. Los resultados muestran que, bajo ciertas condiciones, las muescas generan conversión de modo, y que dicho efecto puede ser usado para determinar la forma y el tamaño del daño. A su vez, las delaminaciones generan desplazamientos temporales que puede ser rastreados y utilizados como descriptores del daño.

2. **Mecanismos de generación y medición de las ondas de Lamb.**

Los mecanismos de generación y medición de las ondas de Lamb pueden ser por contacto o sin contacto. Dentro de las técnicas por contacto se encuentran, entre otros, los sistemas que adhieren algún elemento a la muestra, o aquellas que requieren el uso de un medio líquido como acoplante.

Prosser [16] presenta una aplicación por contacto en donde genera ondas de Lamb a partir de la fractura de un lápiz de prueba (veáse [17]), con el cual estudia la propagación de ondas de banda ancha en placas de aluminio y epóxico-grafito. Técnicas que requieren acoplantes líquidos son presentadas por Lee y Cheng [18], quienes reportan el desarrollo de transductores focalizados construidos a partir de PVDF, para estudiar placas bi-capa (bronce-níquel) inmersas en agua, construir las curvas de dispersión y estudiar la factibilidad de usar los datos de dispersión para caracterizar las propiedades del material de recubrimiento. Harhad [19] sumerge en agua una placa de aluminio con ranuras, y aprovechando la conversión de modo que sufren las ondas detecta los defectos de la muestra.

Entre los sistemas que adhieren elementos a la muestra se encuentran el empleado por Giurgiutiu [5], con el cual analiza la propagación de las ondas de Lamb en placas metálicas y compuestas para detectar grietas y delaminaciones. Para esto utiliza sensores de oblea piezoelétrica activa (PWAS, por sus siglas en inglés) adheridos a la estructura bajo estudio, siendo ventajosos por su peso liviano, por la capacidad de sintonización de modos de Lamb específicos, y porque permiten crear arreglos sensores para focalizar la energía acústica emitida en puntos estratégicos sobre la muestra. Por su parte, Manka [20] construye un sistema de inspección embebido utilizando transductores interdigitales (dos transductores tipo peine entremezclados) con el cual sigue el comportamiento de las ondas de Lamb y estudia su interacción con la estructura, para lo cual aprovecha la selectividad de modos y la directividad de la onda generada. Ben [21] adhiere transductores (configuración pitch-catch) a la estructura y desarrolla una metodología para localizar daños en muestras fabricadas con fibra de carbono, empleando descriptores como la frecuencia, taza cambio de la excitación, ancho de la envolvente, y tiempo de arrivo del grupo de ondas, entre otros. A partir de cerámicas piezoeléctricas adheridas a una placa compuesta, Ricci [22] detecta cambios de sección, y estudia la interacción entre las ondas guiadas en un medio multicapa en presencia de discontinuidades ocasionadas por delaminaciones.

Las técnicas sin contacto, en el contexto de este trabajo, se refieren a todos los mecanismos

utilizados para inducir o medir ondas guiadas, en el rango ultrasónico, evitando el contacto de la muestra con los equipos de emisión y/o recepción, o con elementos intermedios que sirvan como acoplantes. En esta revisión las técnicas de inspección sin contacto se han clasificado en tres tipos: a) mecánicas, b) ópticas, c) híbridas.

a) Técnicas mecánicas

Las técnicas de generación mecánicas aprovechan la posibilidad de propagar ondas longitudinales en el aire para enviar pulsos ultrasónicos a través de él, y así inducir y medir las ondas que viajan en la muestra. Es así como los transductores ultrasónicos acoplados en aire (TAA) han capturado la atención como fuentes viables y de bajo costo, para la excitación y medición de ondas de Lamb [23–27]. Chimenti [7] realiza una exhaustiva revisión de las aplicaciones del ultrasonido acoplado en aire en la caracterización de materiales, la propagación de ondas de Lamb y su uso en la medición de propiedades elásticas y viscoelásticas.

Otras aplicaciones son reportados por Castaings [28, 29], quien a partir de TAAs induce ondas de Lamb y mide las características de dispersión del medio, y realiza un análisis de la interacción entre las ondas de Lamb y los defectos de la muestra. En la misma línea, Solodov [30] mide la conversión de modo de las ondas de Lamb, las cuales induce empleando el principio de coincidencia (este principio se explicará en el capítulo 1), utilizado para incrementar el acople acústico de la muestra con los TAAs y así mejorar la calidad de las inspecciones. Por su parte, Bar-Cohen [31, 32] aprovecha las ondas de Lamb de fuga en la interfaz aire-muestra, y propone un esquema para medir de forma rápida las curvas de dispersión en materiales compuestos y para detectar defectos en las muestras.

Publicaciones más recientes (2012 en adelante) incluyen los trabajos de Panda [33] sobre el estudio de la interacción entre las ondas guiadas inducidas por TAAs y los defectos presentes en materiales construidos a partir de fibras de vidrio de 4 y 8 capas. Fariñas [34] combina TAAs con sistemas phased array e induce y mide ondas de Lamb, y determina las velocidades de grupo y de fase en placas de fibras de carbono y tuberías de acero. En

la misma línea, Brizuela [35] utiliza TAAs en pitch-catch para detectar delaminaciones en cilindros de aluminio recubiertos con fibra de carbono.

b) Técnicas ópticas

En este tipo de sistemas se incluyen los sistemas de generación basados en láser (UBL) y sistemas de medición que utilizan interferometria y/o vibrometria láser [36–38]. Los esquemas de generación pueden darse tanto en el régimen termo-elástico como en el rémigen de plasma o ablación [39, 40]. Algunos trabajos al respecto son publicados por Pierce [41] y Jong [42]. El primero utiliza láser pulsado y en onda continua sobre muestras metálicas, con picos de potencia menores a $1W$, para generar ondas de Lamb de banda ancha y así obtener las curvas de dispersión del material. El segundo, implementa un sistema para caracterizar papel en la línea de producción, la excitación está basada en un láser pulsado de alta potencia, y la recepción en un interferometro de onda continua. Estos trabajos muestran el potencial de las ondas de Lamb para realizar monitoreo continuo, y extraer propiedades del material. En lo que respecta a materiales compuestos, Huke [43] reporta el estudio de placas de fibras de carbono con ondas guiadas, incidiendo con un modulador espacial de luz basado en LCoS (Liquid Crystal on Silicon, por su siglas en inglés) y como equipo receptor un vibrometro láser.

La inspección de materiales utilizando ondas de Lamb y láseres de pulsos cortos ha cautivado la atención de los investigadores. Por ejemplo, Gao [44] utiliza un láser pulsado Nd:YAG (emisión) y un interferómetro de michelson en onda continúa (recepción) para estudiar las características multimodales de las ondas Lamb y extraer las curvas de dispersión de una placa de cobre, y a partir de ellas obtiene el espesor, velocidad, y las constantes elásticas de la muestra. Zhao [6] genera ondas de Lamb en régimen termo-elástico sobre una lámina de aluminio, utilizando en emisión un láser pulsado Nd:YAG, y en recepción un láser de onda continua de Helio-Neón. Lo novedoso de este trabajo es la forma de detección de las ondas de Lamb, debido a que aprovecha el efecto de las ondas de fuga en la interfaz aire-aluminio, que ocasionan una variación en la densidad del medio circundante, y por ende, del índice de refracción, a partir del cual Zhao mide las ondas de Lamb.

c) Técnicas híbridas

Se llaman híbridas al conjunto de técnicas que, en un esfuerzo por integrar las ventajas potenciales de las diferentes tecnologías, combinan soluciones tanto ópticas como mecánicas en la misma implementación, con el objetivo de dar solución a las necesidades de generación y medición de las ondas de Lamb. En un principio las implementaciones combinaron técnicas contactantes y sin contacto, como Staszewski [45] quien propone una integración entre cerámicas PZT, un vibrometro láser de efecto Doppler, y técnicas de procesamiento digital para crear un sistema que estudie la propagación de ondas de Lamb en aluminio. Kohler [46] sigue esta misma línea y utiliza PZTs adheridas a muestras de aluminio, perspex, y fibra de vidrio, para inducir ondas de Lamb y un vibrometro láser para la medición y posterior creación de B-Scans y C-Scans. Masserey y Fromme [47] investigaron la propagación y reflexión de ondas de Lamb en muestras de aluminio con pequeños defectos sobre la superficie, en este caso la recepción se hizo con un interferometro láser y la emisión con un transductor que se acopla utilizando una zapata. Por su parte Castro-Colin [48] invierte este esquema e induce ondas de Lamb en aluminio a partir de un láser pulsado Nd:YAG, longitud de onda de $532nm$, con un haz en forma de línea, y mide la propagación de la onda con cerámicas PZT adheridas a la placa.

Pohl [49] reporta que la adición de transductores, en emisión o recepción, ejerce un efecto de carga que influye en los modos de vibración de la estructura que se está estudiando. Como alternativa y con el uso de los TAAs en ascenso, Rizzo [50] realiza una implementación de un sistema híbrido sin contacto para detectar defectos en rieles de tren. En esta implementación la fuente de excitación está compuesta por un láser pulsado (tipo Q-Switched, Nd:YAG) para impactar sobre los rieles con un haz en forma de línea y en recepción se utilizan tres pares de TAAs, ubicados estratégicamente para medir las ondas provenientes del riel. Así mismo, Harb y Yuan [51, 52] proponen un sistema de excitación por ultrasonido acoplado en aire sobre láminas de aluminio y placas de material compuesto, y realizan la medición utilizando vibrometria láser. Su objetivo es determinar las características de dispersión de los materiales, así como la dependencia de la propagación de ondas guiadas y la dirección de propagación de las mismas. También, Le Bas [53] realiza una implementación híbrida en la

cual la excitación está basada en el principio de la inversión en el tiempo utilizando TAAs y una cavidad reverberante, con lo cual se pueden extraer las características del defecto.

3. **Estrategias de post-procesamiento y extracción de información para detectar daños y extraer características.**

Existe una dependencia sustancial entre la comprensión del fenómeno de propagación de ondas guiadas, su generación y medición experimental, y el pos-procesamiento de las señales una vez se dispone de ellas en un medio digital. Esta dependencia determina la precisión con la cual se pueden procesar e interpretar las señales, y en últimas identificar las daños que presenta la muestra. Para realizar esta labor se cuenta con herrramientas de modelado por elementos finitos, así como la transformada de Fourier en dos dimensiones que permite cuantificar la interacción entre los defectos y las ondas de Lamb, a partir del comportamiento espacio-temporal de la onda y de la reconstrucción de las curvas de dispersión [54–56]. Dada la dependencia entre la velocidad de grupo, la dirección de flujo de la energía y de propagación de la onda, y los modos de propagación de la onda (simétrico y anti-simétrico), es posible obtener información en el dominio del tiempo utilizando parámetros como la fase instantánea de la onda o herramientas como la transformada de Hilbert, la correlación, interpolación, e inversión en el tiempo [57–60]. También, debido a la dependencia entre la velocidad de propagación de una onda de Lamb y su frecuencia, es posible hacer uso del dominio en la frecuencia y realizar un análisis conjunto de tiempo-frecuencia, a través de herramienta tales como la transformada de Fourier de tiempo corto o la transformada de Wavelet, que permiten realizar un seguimiento al comportamiento temporal de la energía de la señal [8, 16, 61]. A partir de la aplicación de estas técnicas es posible establecer algunos índices (descriptores) característicos y/o reconocer patrones que permitan detectar la presencia de daños [14].

Esta revisión muestra el interés generalizado en la evaluación de estructuras tipo placa, construidos principalmente de materiales compuestos, no solo por la inspección sino también por la determinación de sus propiedades y la necesidad de nuevas técnicas de experimentación y procesamiento. Esto lleva a resaltar dos puntos claves de esta revisión:

• Dado el auge de los materiales compuestos y su uso generalizado en diversos sectores industriales, se hace necesario desarrollar métodos de inspección de daños y determinación de propiedades, a fin de caracterizar completamente los materiales compuestos con los que se cuenta en la actualidad.

• Las necesidades de la industria actual, el desarrollo de nuevos materiales, y el requerimiento de inspecciones *on-line*, motiva la busqueda de nuevos sistemas de inspección de bajo costo, no invasivos y sin contacto, que permitan obtener propiedades de forma rápida en materiales con diferentes niveles de anisotropía.

Si bien se han realizado avances en estos temas, no se ha desarrollado una metodología concluyente que permita realizar inspección y caracterización de materiales compuestos (hasta donde consta al autor), utilizando sistemas hibridos modulares que permitan, eventualmente, reemplazar dispositivos de alto costo por otros de valor más asequible en nuestro entorno, tanto industrial como académico, conservando las características y ventajas de inspección intactas. Además, lo sistemas actualmente reportados, requieren de una complejidad experimental alta, en el sentido que dependen de muchos factores para realizar un experimento correctamente, tales como una nivelación de alta precisión en los ángulos de incidencia de los TAAs, el requerimiento de equipos sofisticados de excitación, especificaciones de alta sensibilidad en recepción para superar el umbral de señal a ruido, entre otros.

Por esta razón, en este trabajo se desarrolla una metodología de inspección modular, utilizando TAAs de bajo costo y vibrometria láser, que a futuro puede ser reemplazada por interferometria de bajo costo [37], sin perder las ventajas propias que ofrece un sistema de inspección híbrido sin contacto. Se propone el estudio de un material bi-capa, de placas compuestas fabricadas a partir de fibras de carbono (CFRP) y fibras de vidrio (GFRP), y de un cilindro con núcleo de aluminio y recubrimiento de fibras de carbono. Este trabajo consta de tres grandes partes: 1) el establecimiento de los conceptos teóricos relacionados con las ondas de Lamb y su uso como herramientas de inspección, 2) la implementación y puesta a punto del sistema experimental, y 3) el procesamiento y detección de los daños en las muestras seleccionadas.

Finalmente, con el objetivo de tener un acercamiento a las bondades y dificultades de las tecnologías mencionadas previamente, se implementaron tres configuraciones diferentes de inspección sin contacto: a) un sistema completamente acústico basado en TAAs, b) un sistema completamente óptico basado en laser pulsado y vibrometro láser de efecto Doppler (LDV), y c) un sistema híbrido TAA-LDV.

Capítulo 1

Marco Teórico

1.1. Introducción

La evaluación de la salud estructural (ESE) es un área de investigación emergente que estudia la calidad estructural y, a partir de un post-procesamiento apropiado y una interpretación adecuada de los datos, da información del estado actual y del tiempo de vida restante de una estructura [5]. Esto permite que muchos sistemas aeroespaciales y civiles puedan continuar en servicio por mucho tiempo. Así mismo, debido a las grandes prestaciones de la tecnología actual, el paradigma de diseño ha cambiado, abriendo la posibilidad de emplear sistemas de inspección embedidos, lo que representa ahorros considerables en peso, tamaño y costo, a la vez que se puede pensar en sistemas novedosos de inspección, sin contacto y en línea, basados en la propagación de ondas elásticas, diferentes a las comúnmente usadas en ensayos no destructivos (NDT, por sus siglas en inglés).

En este capítulo se presenta la teoría fundamental en la cual se basa la propagación de ondas de Lamb. Estas ondas fueron descubiertas en 1917 por Horace Lamb, y son especialmente útiles debido a su alta susceptibilidad a interferencias físicas en su trayectoria de propagación, como por ejemplo daños estructurales y defectos de fabricación. La capacidad de viajar grandes distancias, incluso sobre materiales con altos coeficientes de atenuación, posibilita su empleo en estructuras de superficie grande. Adicionalmente, la existencia de dos tipos de modos (simétrico y anti-simétrico) permite la detección de daños tanto internos

como en la superficie de las muestras.

En la primera parte se describe el fenómeno de propagación de las ondas, partiendo de las ecuaciones de movimiento, con un énfasis especial en el estudio de ondas que viajan a través de una interfaz plana. Luego se discute la dispersión como un fenómeno que puede ser ocasionado por la anisotropía del material o por las condiciones geométricas de la estructura. Posteriormente, se estudia la propagación de las ondas de Lamb en placas y su relación con la dispersión. Finalmente, se describen algunos mecanismos para la generación y medición de estas ondas, y su uso como herramientas para detectar daños en las muestras.

1.2. Propagación de ondas elásticas

1.2.1. Ecuaciones de movimiento

Para el cálculo de las ecuaciones de movimiento se considera el volumen de la figura 1.1. Donde $F_b = \rho b dV$ representa las fuerzas de cuerpo y tdS la fuerzas de superficie. La sumatoria de todas las fuerzas debe ser igual a la taza de cambio del momento total del conjunto de partículas encerradas en el volumen. Este balance de momentos se presenta a continuación:

$$\int_S t_q dS + \int_V \rho b_q dV = \frac{d}{dt} \int_V \rho v_q dV \quad q = 1, 2, 3 \tag{1.1}$$

Donde t_q es la tracción en la superficie, b_q son las fuerzas de cuerpo, y v_q es la velocidad. La integral del lado derecho en (1.1) representa la taza de cambio del momento total y el operador $\frac{d}{dt}$ es la derivada material del término integral.

Reemplazando la formula de Cauchy ($t_q = \sigma_{qj} n_j$) en el vector de tracciones, y utilizando el teorema de Gauss en la integral de superficie se obtiene:

$$\int_V \left[\sigma_{qj,j} + \rho b_q - \rho \dot{v_q}\right] dV = 0 \tag{1.2}$$

La ecuación 1.2 es válida para cualquier volumen arbitrario, por lo cual se obtiene:

$$\sigma_{qj,j} + \rho b_q = \rho \dot{v_q} \tag{1.3}$$

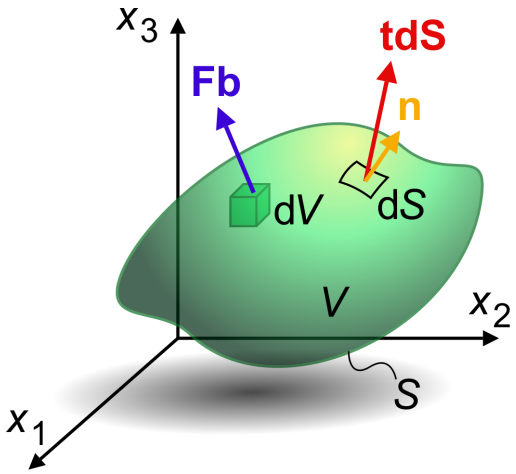


Figura 1.1: Volumen material.

En términos del desplazamiento de partícula, u_q, la ecuación 1.3 queda:

$$\sigma_{qj,j} + \rho b_q = \rho \ddot{u}_q \tag{1.4}$$

El tensor de deformaciones (ec. 1.5) y la ley generalizada de Hooke (ec. 1.6) vienen dados por [1]:

$$\varepsilon_{qj} = \frac{1}{2}(u_{q,j} + u_{j,q}) \tag{1.5}$$

$$\sigma_{qj} = c_{qjkl}\varepsilon_{kl} \tag{1.6}$$

c_{qjkl} es el tensor de rígidez elástica.

Las ecuaciones (1.4) y (1.5) son válidas para cualquier medio continuo, mientras la ecuación (1.6) determina el tipo específico de medio. Por ejemplo, si se considera un material isotrópico, lineal elástico, y homogéneo, la ley de Hooke se puede escribir como:

$$\sigma_{qj} = \lambda \varepsilon_{kk}\delta_{qj} + 2\mu\varepsilon_{qj} \tag{1.7}$$

Donde λ y μ son las constantes de Lamé, cuyo equivalente con las constantes de ingeniería (Modulo de Young, E, y razón de Poisson, ν) se presentan en la ecuación (1.8).

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{1.8}$$

Al reemplazar las ecuaciones (1.5) y (1.7) en la ecuación de movimiento (1.4), resulta la ecuación de movimiento en términos del desplazamiento de partícula para el medio

seleccionado, como se muestra a continuación:

$$\mu u_{q,jj} + (\lambda + \mu) u_{j,jq} + \rho b_q = \rho \ddot{u}_q \tag{1.9}$$

De esta forma se puede obtener la ecuación de movimiento en cualquier medio, a partir de una selección adecuada del tensor de rigidez c_{qjkl}.

1.2.2. Fenómeno de propagación

Si se asume que las fuerzas de cuerpo (b_q) son cero, se puede proponer una solución a la ecuación de movimiento en (1.4) de la forma:

$$u_j(x_n, t) = A_0 p_j e^{i(k_m x_m - \omega t)} \quad i = \sqrt{-1} \tag{1.10}$$

o en notación vectorial:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = A_0 \mathbf{p} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)} \quad i = \sqrt{-1} \tag{1.11}$$

Esta solución asume la propagación de una onda plana armónica, donde A_0 es la amplitud del desplazamiento, $\mathbf{p}$ o p_j es el vector unitario de polarización[1], ω es la velocidad angular, $\mathbf{k}$ o k_m es el vector de onda. El uso de la notación indicial facilita la deducción de las relaciones matemáticas, mientras que la notación vectorial permite un acercamiento a la interpretación física del fenómeno de propagación de las ondas.

Haciendo uso de la notación vectorial, el vector de onda se puede escribir como sigue:

$$\mathbf{k} = k\mathbf{n}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{1.12}$$

$\mathbf{n}$ es un vector unitario que apunta en la dirección de propagación de la onda, λ es la longitud de onda (no confundir con la constante de Lamé).

Ahora bien, si se analiza un frente de fase, esto es, el lugar geométrico de los puntos que se mueven a la misma fase, se puede escribir:

$$\theta = \mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t = constante \tag{1.13}$$

[1]El vector de polarización indica la dirección de oscilación de las partículas. Se interpreta con respecto a la dirección de propagación de la onda.

Calculando la derivada respecto al tiempo y reagrupando, se obtiene:

$$\mathbf{k} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \omega \tag{1.14}$$

Reemplazando (1.12) en (1.14), y definiendo ξ como la proyección de $\mathbf{r}$ sobre la dirección de propagación de la onda ($\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}$), se puede escribir:

$$V = \frac{d\xi}{dt} = \frac{\omega}{k} \tag{1.15}$$

V se conoce como la velocidad de fase, representa la velocidad de propagación de cada frente de fase, es función de la frecuencia, y su dirección coincide con la dirección de propagación de la onda (ec. 1.16).

$$\mathbf{V} = V\mathbf{n} = \frac{\omega}{k}\mathbf{n} \tag{1.16}$$

En general, la dirección en la que se propaga el haz acústico difiere de la dirección del vector de onda. Para una onda acústica que se propaga en un sólido elástico, las densidades de energía cinética y de deformación están dadas por (1.17) y (1.18), respectivamente:

$$T = \frac{1}{2}\rho\dot{u}^2 \tag{1.17}$$

$$U = \frac{1}{2}\sigma_{qk}\varepsilon_{qk} = \frac{1}{2}c_{qklm}\varepsilon_{lm}\varepsilon_{qk} \tag{1.18}$$

La energía total contenida en un volumen V se puede escribir como sigue:

$$E = \int_V (T + U)dV \tag{1.19}$$

Asumiendo la solución armónica de (1.10), se puede probar que el valor promedio de la densidad de energía total de la onda está dada por [1]:

$$\bar{D} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A_0^2 \tag{1.20}$$

La tasa de cambio de la energía se puede obtener calculando la derivada respecto al tiempo de (1.19):

$$\dot{E} = \frac{dE}{dt} = \int_V \frac{\partial}{\partial t}(T + U)dV \tag{1.21}$$

Usando (1.17), (1.21) se puede escribir como:

$$\dot{E} = \int_V \left(\rho\dot{u}_q\ddot{u}_q + \frac{\partial U}{\partial t}\right) dV \tag{1.22}$$

De (1.18), recordando que $\varepsilon_{qk} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_q}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_q}\right)$ y que el tensor σ_{qk} es simétrico, se puede escribir la derivada de la energía de deformación como:

$$\dot{U} = \frac{\partial U}{\partial t} = \sigma_{qk}\frac{\partial \dot{u}_q}{\partial x_k} \tag{1.23}$$

Además, sabiendo que:

$$\sigma_{qk}\frac{\partial \dot{u}_q}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k}(\sigma_{qk}\dot{u}_q) - \dot{u}_q\frac{\partial \sigma_{qk}}{\partial x_k} \tag{1.24}$$

Se puede escribir el cambio de la energía de deformación como sigue:

$$\int_V \dot{U}dV = \int_V \left[\frac{\partial}{\partial x_k}(\sigma_{qk}\dot{u}_q) - \dot{u}_q\frac{\partial \sigma_{qk}}{\partial x_k}\right] dV \tag{1.25}$$

Utilizando el teorema de Gauss (1.25) se puede escribir así:

$$\int_V \dot{U}dV = -\int_V \dot{u}_q\frac{\partial \sigma_{qk}}{\partial x_k}dV + \oint \sigma_{qk}\dot{u}_q dS_k \tag{1.26}$$

Reemplazando (1.26) en (1.22):

$$\dot{E} = \int_V \dot{u}_q\left[\rho\ddot{u}_q - \frac{\partial \sigma_{qk}}{\partial x_k}\right] dV + \oint \sigma_{qk}\dot{u}_q dS_k \tag{1.27}$$

La expresión entre corchetes en (1.27) es la ecuación de movimiento (ver ec. (1.4)) y vale cero. Entonces, (1.27) se reduce a:

$$\dot{E} = \oint \sigma_{qk}\dot{u}_q dS_k \tag{1.28}$$

El término $P_k = -\sigma_{qk}\dot{u}_q$ se conoce como el "vector de Poynting acústico"[2], y define el vector de densidad de flujo de energía ($\mathbf{P}$), el cual representa la dirección en la cual se transfiere la energía.

En forma vectorial 1.28 queda así:

$$\dot{E} + \oint \mathbf{P}\cdot d\mathbf{S} \tag{1.29}$$

Donde $d\mathbf{S}$ es el elemento de área (vector) que apunta en la dirección normal de la superfice S, la cual encierra al volumen V.

[2]Análogo al vector de Poynting utilizado en teoría electromagnética.

Se puede demostrar que la energía promedio asociada al vector **P** está dada por [1]:

$$\bar{P}_q = \frac{1}{2}\omega c_{qjlm} k_l A_0^2 p_m p_j \tag{1.30}$$

Donde p_m y p_j son los vectores unitarios de polarización, resultantes de calcular las deformaciones ε_{qk} y ε_{lm} en (1.18).

A partir de (1.20) y de (1.30) se deduce la ecuación (1.31), que define la velocidad de flujo de energía o velocidad de grupo, $\mathbf{V}_g$ en notación vectorial, o $(V_g)_q$ en notación indicial (q es el indice, y la letra "g" simboliza que se trata de la velocidad de grupo).

$$(V_g)_q = \frac{\bar{P}_q}{\bar{D}} = \frac{c_{qjlm} k_l p_m p_j}{\rho\omega} \tag{1.31}$$

La velocidad de grupo indica la velocidad de propagación de la energía acústica en el material, y su dirección coincide con la del vector de flujo de energía. En contraste con la velocidad de fase, que representa la velocidad de propagación de la onda en la dirección normal al frente de onda.

De (1.12) y (1.15) se puede escribir lo siguiente:

$$k_j = \frac{\omega}{V} n_j \tag{1.32}$$

Por ende, la velocidad de grupo se puede escribir de la siguiente forma:

$$(V_g)_q = \frac{\bar{P}_q}{\bar{D}} = \frac{c_{qjlm} n_l p_m p_j}{\rho V} \tag{1.33}$$

Donde V es la magnitud (escalar) del vector de velocidad de fase (**V**).

Se puede observar que **V** tiene la dirección de **k** y **n** (**k** $\parallel$ **n**), mientras que la dirección de **Vg** es la dirección actual del campo acústico, dependiente de no solo de **n** sino también de los vectores de polarización asociados a las oscilaciones de las partículas en el medio (ver figura 1.2).

$$c_{qjlm} p_m p_l n_j n_q - \rho V^2 = 0 \tag{1.34}$$

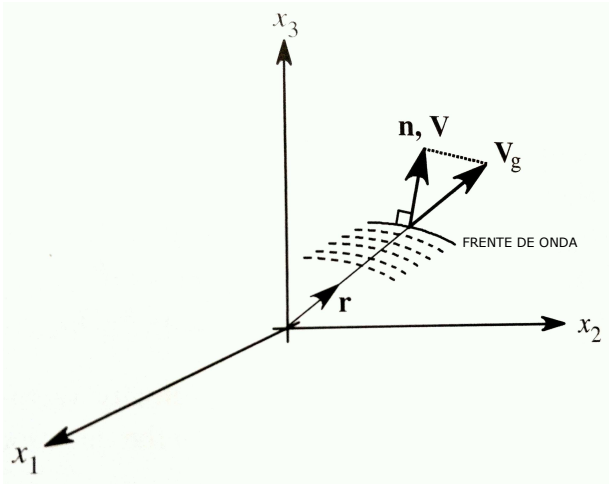


Figura 1.2: Relación entre las velocidades de fase y de grupo [1].

Si se utiliza la ecuación de Christoffel[3] (ec. 1.34) se puede encontrar una relación adicional entre la velocidad de fase y la de grupo. Definiendo $Q_q = c_{qjlm}p_m p_l n_j$, (1.33) y (1.34) se pueden reescribir de la siguiente forma:

$$Q_q n_q = \rho V^2 \tag{1.35}$$

$$(V_g)_q \rho V = Q_q \tag{1.36}$$

De (1.35) y (1.36) se obtiene:

$$(V_g)_q n_q = V \tag{1.37}$$

Esto es, la velocidad de fase $\mathbf{V}$ es la proyección de la velocidad de grupo $\mathbf{V}_g$ en la dirección de propagación de la onda (ver figura 1.2). Si se asume que γ es el ángulo entre $\mathbf{V}$ y $\mathbf{V}_g$ (llamado ángulo de "sesgo"), sus magnitudes se pueden relacionar como sigue:

$$V_g|cos\gamma| = V, \quad V_g = |\mathbf{V}_g| \tag{1.38}$$

Las barras verticales indican valor absoluto.

Desde el punto de vista matemático, una definición más clásica de la velocidad de grupo se presenta en (1.39), donde se define la velocidad de grupo como la razón de cambio de la frecuencia respecto del numero de onda. Por su parte, la velocidad de fase está definida como

[3]Una deducción detallada de esta ecuación se puede encontrar en los libros de Rokhlin [1] y Rose [2].

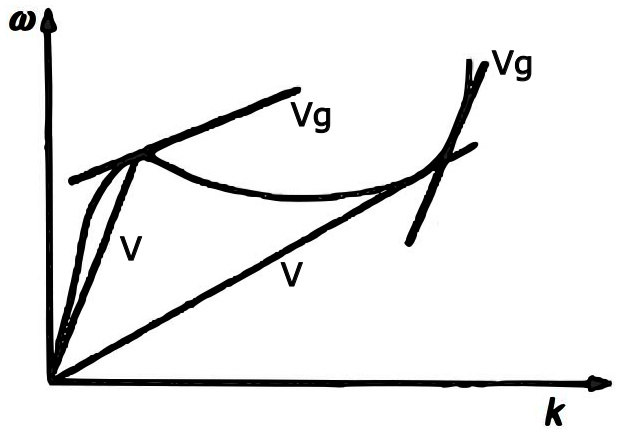


Figura 1.3: Gráfico de dispersión y velocidades de fase y de grupo [2].

la razón punto a punto entre la frecuencia y el numero de onda (ver ec. (1.15)). La figura 1.3 es una gráfica que relaciona la frecuencia y el numero de onda con las velocidades de fase y de grupo. El gráfico muestra que para un mismo punto (k, ω), en general, estas velocidades difieren.

$$V_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \tag{1.39}$$

1.2.3. Reflexión y refracción de ondas en una interfaz plana

Para analizar la reflexión y refracción de las ondas acústicas se puede partir del caso presentado en la figura 1.4, en la cual se muestra una onda plana viajando en el aire, y que luego se encuentra con la superficie de un sólido. La superficie del solido constituye un "plano de interfaz". La onda que viaja en el aire se llama "incidente" y la que se produce en el sólido "refractada". La onda incidente tiene una longitud de onda λ_{inc}, y un vector de onda $\mathbf{k}_{inc}$. Lo mismo sucede con la onda refractada, la cual tiene longitud de onda y vector de onda asignados λ_{ref} y $\mathbf{k}_{ref}$, respectivamente.

Como se muestra en la figura 1.4, en la interfaz entre los dos medios existe una condición de continuidad, la cual debe ser satisfecha por todos los puntos sobre la superficie, por consiguiente la longitud Λ es común a ambos medios. Entonces se puede escribir:

$$\Lambda = \frac{\lambda_{inc}}{sin\theta_{inc}} = \frac{\lambda_{ref}}{sin\theta_{ref}} \tag{1.40}$$

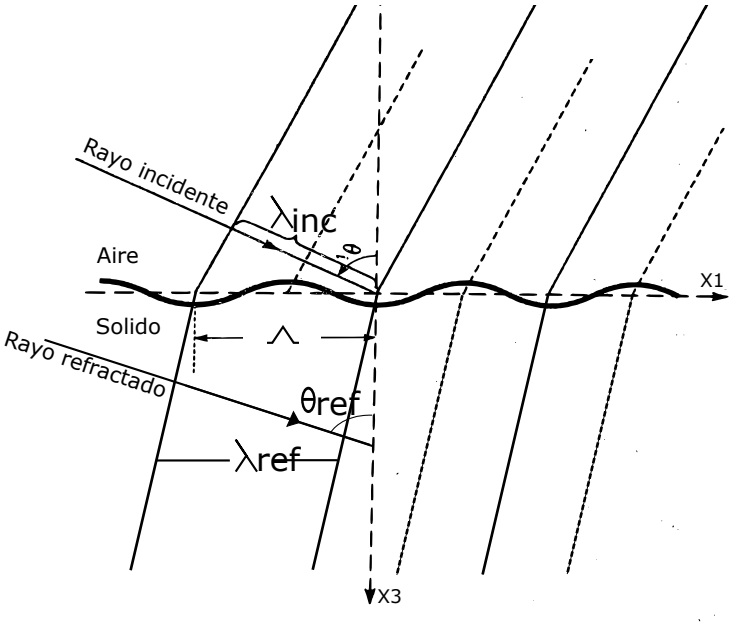


Figura 1.4: Refracción de una onda que incide sobre una interfaz plana.

Donde θ_{inc} y θ_{ref} son los ángulos de incidencia y de refracción, respectivamente, medidos respecto de la normal.

Haciendo uso de (1.12) y de (1.15) se puede escribir:

$$k_{inc} sin\theta_{inc} = k_{ref} sin\theta_{ref} \tag{1.41}$$

$$\frac{V_{inc}}{sin\theta_{inc}} = \frac{V_{ref}}{sin\theta_{ref}} \tag{1.42}$$

Donde k y V representan las magnitudes del numero de onda y de la velocidad de fase de las ondas, respectivamente, en los medios incidente (inc) y refractado (ref). Las ecuaciones (1.40), (1.41), y (1.42), son equivalentes entre sí y se conocen como la ley de Snell.

En el caso más general, cuando una onda incide sobre una interfaz se pueden producir tres ondas reflejadas y tres ondas transmitidas. En cada medio se producen dos cortantes y una longitudinal (ver figura 1.5).

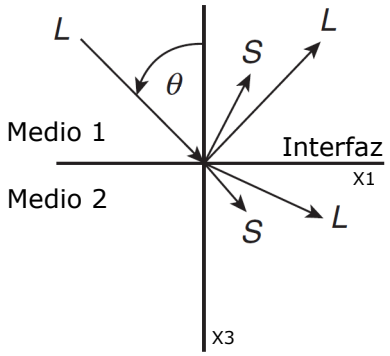


Figura 1.5: Reflexión y refracción en la frontera entre dos medios. Caso general.

Se puede suponer que una onda plana mono-frecuencia[4] incide sobre la interfaz entre dos medios pefectamente acoplados, y que la función de desplazamiento de partículas se describe como sigue:

$$u_j = Ap_j e^{i\omega(m_l x_l - t)}, \quad i = \sqrt{-1} \tag{1.43}$$

Donde m_l se llama vector de "slowness" y está dado por $m_l = \frac{n_l}{V}$, esto es $m_l \parallel n_l$. Donde n_l es el vector unitario normal a la superficie, y V es la velocidad de fase.

El tensor de esfuerzos para esta onda viene dado por la siguiente expresión:

$$\sigma_{qk} = c_{qkjm}\frac{\partial u_j}{\partial x_m} = i\omega m_m c_{qkjm} A p_j e^{i\omega(m_l x_l - t)} \tag{1.44}$$

Entonces debido a la continuidad de desplazamientos y esfuerzos en la frontera (sobre el plano definido como $x_3 = 0$), y suponiendo que el plano de incidencia es (x_1, x_3) se puede escribir lo siguiente:

$$u_j^0 + \Sigma_{\alpha=1}^{3} u_j^\alpha = \Sigma_{\alpha=4}^{6} u_j^\alpha \tag{1.45}$$

$$\sigma_{j3}^0 + \Sigma_{\alpha=1}^{3} \sigma_{j3}^\alpha = \Sigma_{\alpha=4}^{6} \sigma_{j3}^\alpha \tag{1.46}$$

Donde el sub-índice se refiere a la coordenadas $(j = 1, 2, 3)$, y el índice superior (α) se refiere a la onda propagada: 0 para la incidente, $1, 2, 3$ para las reflejadas, y $4, 5, 6$ para las refractadas.

[4]Este argumento es válido si se considera que esta es una de las componentes de Fourier de un campo ultrasónico real.

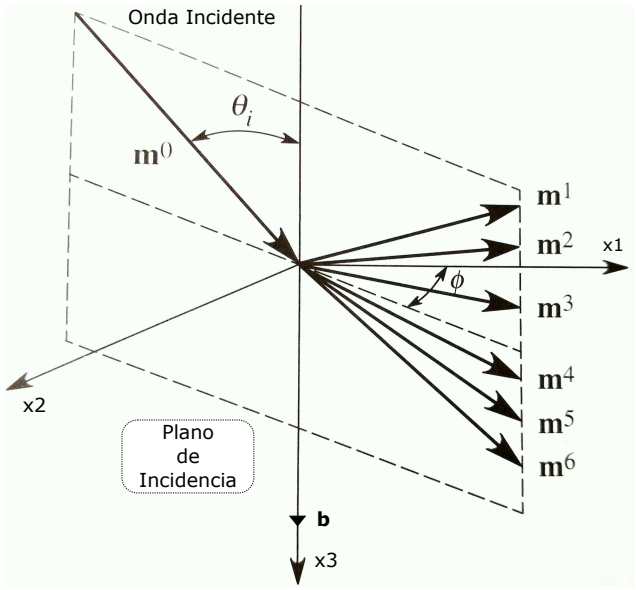


Figura 1.6: Plano de incidencia y vector de slowness en un medio anisotrópico.

Reemplazando (1.43) y (1.44) en (1.45) y (1.46), se tiene lo siguiente:

$$A^0 p_j^0 e^{i\omega m_l^0 x_l} = -\Sigma_{\alpha=1}^{3} A^\alpha p_j^\alpha e^{i\omega m_l^\alpha x_l} + \Sigma_{\alpha=4}^{6} A^\alpha p_j^\alpha e^{i\omega m_l^\alpha x_l} \tag{1.47}$$

$$m_m^0 c_{q3jm}^I A^0 p_j^0 e^{i\omega m_l^0 x_l} = -\Sigma_{\alpha=1}^{3} m_m^\alpha c_{q3jm}^I A^\alpha p_j^\alpha e^{i\omega m_l^\alpha x_l} + \Sigma_{\alpha=4}^{6} m_m^\alpha c_{q3jm}^{II} A^\alpha p_j^\alpha e^{i\omega m_l^\alpha x_l} \tag{1.48}$$

Los índices superior I y II sobre el tensor de rígidez indican que se refiere al medio 1 y al medio 2, respectivamente.

En las ecuaciones (1.47) y (1.48) se ha cancelado el factor $e^{-i\omega t}$ por ser común a todos los términos. Esto satisface las condiciones de continuidad para todos los tiempos. Como dichas condiciones también se deben cumplir en todos los puntos, y los términos exponenciales son independientes entre sí para $\alpha = 0, 1, 2, ..., 6$, es necesario que las funciones exponenciales sean idénticas entre ellas, por lo tanto se cumple lo siguiente:

$$m_l^0 x_l = m_l^1 x_l = m_l^2 x_l = m_l^3 x_l = m_l^4 x_l = m_l^5 x_l = m_l^6 x_l \tag{1.49}$$

La ecuación (1.49) es válida para $l = 1, 2$, debido a que en la deducción se tomó $x_3 = 0$.

Sea $\mathbf{b}$ un vector unitario normal al plano de la interfaz (x_1, x_2), orientado en la dirección

x_3 como se muestra en la figura 1.6. Entonces, el vector $\mathbf{b}$ cumple lo siguiente:

$$\mathbf{b} \cdot \mathbf{x} = 0 \tag{1.50}$$

La ecuación (1.49) se puede escribir en forma vectorial de la siguiente manera:

$$\left(\mathbf{m}^{\beta} - \mathbf{m}^{\varphi}\right) \cdot \mathbf{x} = 0, \quad \alpha, \beta = 0, 1, 2, ..., 6. \tag{1.51}$$

De la figura 1.6 se puede observar que la combinación lineal de dos vectores de slowness cualquiera es perpendicular al plano interfaz (x_1,x_2), por lo cual se puede concluir que ($\mathbf{m}^{\beta} - \mathbf{m}^{\varphi}$) $\parallel$ $\mathbf{b}$, entonces lo siguiente es válido:

$$\left(\mathbf{m}^{\beta} - \mathbf{m}^{\varphi}\right) \times \mathbf{b} = 0 \tag{1.52}$$

$$\mathbf{m}^{\beta} \times \mathbf{b} = \mathbf{m}^{\varphi} \times \mathbf{b} \tag{1.53}$$

Como $\mathbf{b}$ se encuentra en la dirección del eje x_3, entonces coincide con la normal al plano de interfaz, y 1.53 se puede reescribir así:

$$m^{\beta} sin\theta^{\beta} = m^{\varphi} sin\theta^{\varphi} \tag{1.54}$$

Donde los índices β y φ valen: 0 para la onda incidente; 1,2,3 para las ondas reflejadas; y 4,5,6 para las ondas refractadas.

El vector de slowness, $\mathbf{m}$, tiene la misma dirección del vector de onda, $\mathbf{k}$. La relación entre ellos viene dada por la siguiente expresión:

$$\mathbf{m}^{\alpha} = \frac{1}{\omega}\mathbf{k}^{\alpha} \tag{1.55}$$

Si se reemplaza (1.55) en (1.54) se comprueba que (1.54) es otra forma de escribir la ley de Snell, equivalente a las expresiones en (1.40), (1.41), y (1.42). Debido a que esta deducción se obtuvo para un material cualquiera, se concluye que la ley de Snell aplica sin importar la anisotropía del material.

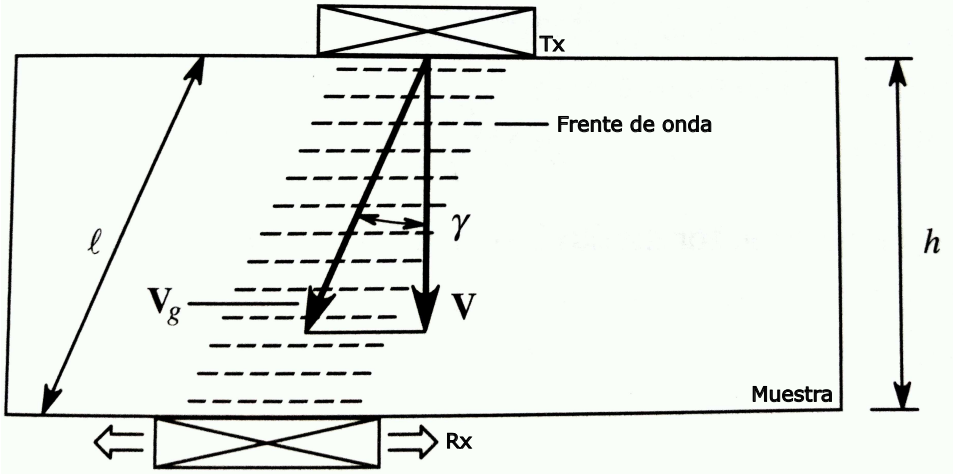


Figura 1.7: Dispersión por anisotropía [1].

1.3. Dispersión

La dispersión es un fenómeno donde la velocidad de las ondas depende, por diversas razones, de la frecuencia de la onda, ocasionando cambios en la forma del pulso a medida que viaja por el medio. Algunas causas de este fenómeno son la anisotropía del medio (ver sección 1.2), que hace que la dirección del haz acústico difiera de la dirección del frente de ondas, como se puede apreciar en la figura 1.7. Otra causa es la geometría estructural, donde la superposición de ondas cortantes y longitudinales, dentro de las fronteras demarcadas por las superficies de la muestra, causan la propagación de ondas guiadas (ver sección 1.4).

Desde un punto de vista matemático, la dispersión se puede entender como una consecuencia de incluir términos extra, asociados con las propiedades del medio, en la ecuación de onda homogénea[5]. También, puede encontrarse la dispersión cuando se incluyen condiciones de frontera relacionadas con el medio de propagación (geometría estructural) al momento de resolver la ecuación de onda. Un caso donde las propiedades del medio son incluidas implica la adición de términos relacionados con la elásticidad, viscosidad, termo-viscosidad, entre otros [2, 62]. Cuando la dispersión se debe a las condiciones geométricas, el modelo matemático incluye condiciones de frontera tales como el desplazamiento y las tracciones en

[5]La ecuación de onda se puede escribir como: $c_0^2\nabla^2\phi = \ddot{\phi}$, c_0 es la velocidad del sonido en el medio, ∇^2 es el operador de Laplace, ϕ es la función de desplazamiento de partículas.

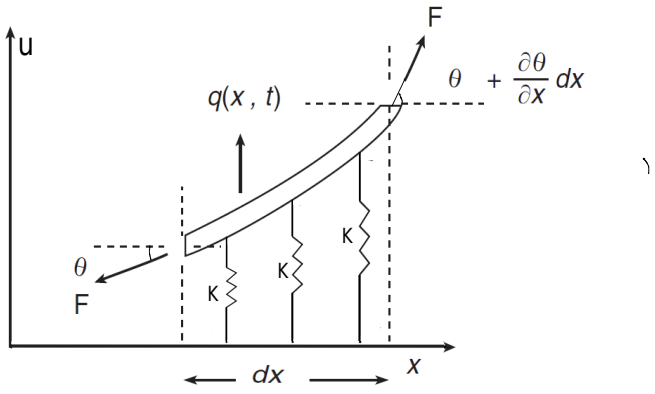


Figura 1.8: Dispersión en una cuerda tensionada que descansa sobre una base elástica.

las superficies [2, 14].

Asumiendo soluciones armónicas (ec. (1.56)), es posible encontrar una condición para el numero de onda complejo $\hat{k}$, de tal manera que satisfaga la ecuación de onda.

$$u(x,t) = Ae^{i(\hat{k}x-\omega t)}, \quad i = \sqrt{-1} \tag{1.56}$$

Donde, ω es la frecuencia angular, $\hat{k}$ es el numero de onda complejo dado por (1.57), siendo k es su parte real y α el coeficiente de absorción.

$$\hat{k} = k - i\alpha \tag{1.57}$$

Para que (1.56) sea solución de la ecuación de onda, el número de onda k (la parte real de $\hat{k}$) debe cumplir una condición. A dicha condición se le llama ecuación característica o ecuación de dispersión. Se dice que el sistema estudiado es dispersivo cuando k no es proporcional a la frecuencia, y como consecuencia la velocidad de fase (V) se hace dependiente de esta.

Este concepto se puede entender mejor si se considera una cuerda sobre una base elástica, como la que se muestra en la figura 1.8. La cuerda se encuentra sometida a una tensión F, y la constante de la base elástica es K. Para un elemento de la cuerda, representado por un

elemento diferencial ds, la segunda ley de Newton se puede escribir de la siguiente manera:

$$-Fsin(\theta) + Fsin\left(\theta + \frac{\partial\theta}{\partial x}dx\right) + qds = \rho ds\ddot{u} \tag{1.58}$$

Donde u es el desplazamiento del elemento diferencial ds, $\ddot{u}$ es la aceleración de ese elemento, q es la fuerza de cuerpo por unidad de longitud, y ρ es la densidad de masa por unidad de longitud.

La fuerza q se relaciona con el desplazamiento de la siguiente forma:

$$q(x,t) = -Ku(x,t) \tag{1.59}$$

Reemplazando (1.59) en (1.58) y asumiendo pequeñas deflecciones ($ds = dx$, $sin(\theta) = \theta$, $\theta = \frac{\partial\theta}{\partial x}$), la ecuación (1.58) se puede reescribir como:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{K}{F}u + \frac{1}{c_0^2}\ddot{u}, \quad c_0^2 = \frac{F}{\rho} \tag{1.60}$$

Si se asume que (1.56) es solución de (1.60), la igualdad en (1.60) se cumple para valores de k que respetan la siguiente condición:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} - \frac{K}{F} \tag{1.61}$$

La expresión (1.61) es la ecuación de dispersión de la cuerda mostrada en la figura 1.8, esta es diferente a la condición para que k sea solución de la ecuación de onda homogena ($k = \frac{\omega}{c_0}$). Esto sucede porque la ecuación de onda ha cambiado en (1.60) debido al término extra $\frac{K}{F}u$, el cual añade complejidad a la condición que debe cumplir k para ser solución. Nótese que en este caso $\alpha = 0$, y por ende $\hat{k} = k$.

Al gráfico de ω versus k se le llama gráfico o relación de dispersión (figura 1.9), y es útil para observar la relación que existe entre la frecuencia con la cual se propaga una onda en el medio y el vector de onda asociado a está. Cuando no hay dispersión la frecuencia es proporcional al vector de onda, de lo contrario el medio es dispersivo. En la figura 1.9 se puede observar que para números de onda pequeños ω no es proporcional a k. Sin embargo, cuando el término $\frac{\omega^2}{c_0^2}$ comienza a ser considerablemente más grande que el factor $\frac{K}{F}$, este

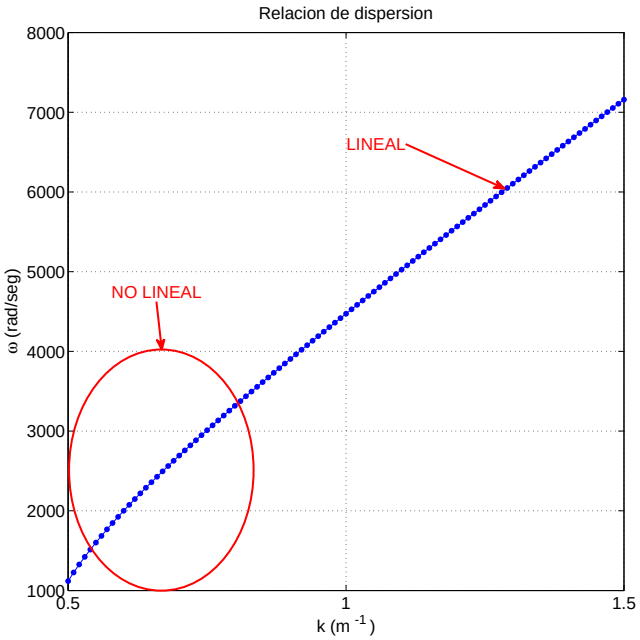


Figura 1.9: Relación de dispersión para la cuerda de la figura 1.8.

último se puede omitir y la relación $\omega - k$ tiende a ser lineal.

Otro gráfico importante se obtiene al dibujar las velocidades de fase y de grupo versus la frecuencia. Para esto se pueden utilizar las ecuaciones (1.15), (1.39) y (1.61). El resultado se muestra en la figura 1.10, a estas curvas se le conoce comúnmente como curvas de dispersión, porque muestran el efecto dispersivo del medio a partir de las velocidades de fase y de grupo. Se puede observar que debido a la no linealidad existente entre ω y k, las velocidades de fase y de grupo no son iguales. De este análisis es importante resaltar lo siguiente:

- Las velocidades de fase y de grupo, en general, son función de la frecuencia. Como consecuencia, las velocidades son diferentes entre sí, y por ende, se espera que el pulso se distorcione a medida que la onda se propaga.

- El plano ω versus k, y las curvas de dispersión obtenidas al gráficar V/V_g versus la frecuencia son equivalentes. Estos gráficos se pueden utilizar como una herramienta para conocer experimentalmente las características dispersivas de un medio.

- Un caso especial se encuentra cuando $V = V_g$. En este caso, se dibuja una recta en el

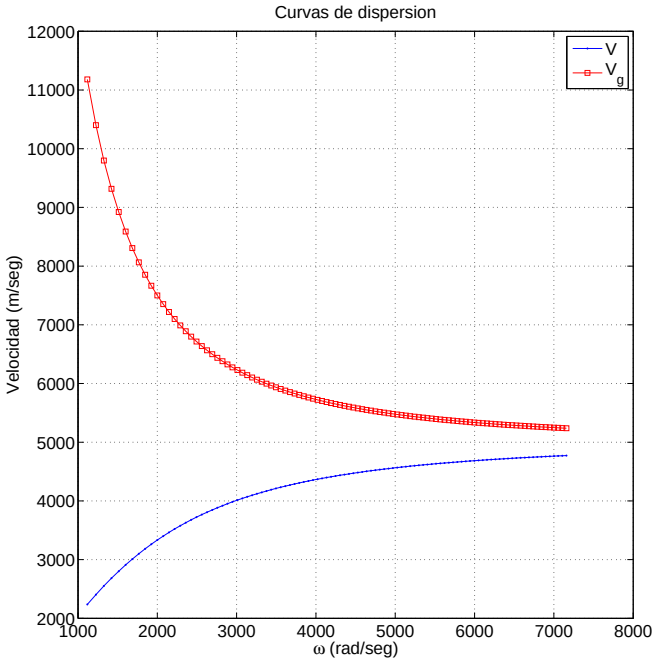


Figura 1.10: Curvas de dispersión para la cuerda de la figura 1.8.

plano ω-k, cuya pendiente es igual a V. Esto significa que el medio no es dispersivo.

1.4. Ondas guiadas en placas

Muchas de las estructuras que se pueden encontrar en las aplicaciones cotidianas son de forma laminar o tipo "placa"[6]. En este tipo de estructuras la ecuación de dispersión es una ecuación trascendental que relaciona la longitud de onda, frecuencia, y velocidad de la onda, y en la mayoría de los casos requiere de soluciones numéricas [64]. Una clase especial de ondas que viajan en este tipo de estructuras son las ondas de Lamb, que se propagan a través de materiales laminares, sean placas o cilindros huecos, en donde las paredes actúan como una guía de onda. A diferencia de la propagación de ondas en materiales voluminosos, las ondas de Lamb interactuan con las fronteras del material, ya sea por reflexión, refracción, o conversión de modo.

[6]Se puede consultar la norma ASTM en [63] para mayor información acerca de los tipos de placas.

Matemáticamente, la propagación de una onda, tanto en materiales laminares como en los voluminosos, está gobernada por el mismo conjunto de ecuaciones diferenciales parciales (ver sección 1.2); sin embargo, para las ondas en un sólido de volumen grande las fronteras no imponen restricciones que hagan que dicho material se comporte como una guía de onda. Para una onda guiada, la función que modela la propagación debe satisfacer no solo las ecuaciones que gobiernan el fenómeno, sino también las condiciones de frontera asociadas con el medio. Como resultado se encuentra que un cuerpo finito puede soportar infinito numero de modos de ondas guiadas, lo cual hace difícil, y en muchos casos imposible, representar de forma analítica este fenómeno. En este grupo se encuentran las ondas de Lamb, que pueden presentar diferentes modos en función del ángulo de entrada del vector de onda, la frecuencia a la cual se propagan, y las sucesivas superposiciones de las ondas longitudinal y transversal al interior del material.

1.4.1. Ondas de Lamb en una placa

En la sección 1.2 se dedujó la ecuación (1.9), que es la ecuación parcial diferencial para el desplazamiento de partícula en un medio isotrópico. Para un dominio infinito esta ecuación es suficiente. Si el dominio es finito, se necesitan condiciones de frontera que lo conviertan en un problema bien definido. En la figura 1.11 se muestra la geometría relacionada con el problema de una placa no restringida, que si bien no es el caso más general, simplifica mucho el análisis y permite comprender la naturaleza de las ondas de Lamb. Este problema está gobernado por la ecuación de movimiento (1.9), y por las condiciones de frontera de las ecuaciones (1.62), (1.63), y (1.64). Se considera que el plano medio (en lineas punteadas) corresponde a $x_3 = 0$, y que el espesor de la placa esta definido por las coordenadas $\pm h$ alrededor de $x_3 = 0$. La dirección de propagación de la onda se define como la dirección x_1. La solución a este problema se puede abordar a través de diversas aproximaciones[7], sin embargo, en este trabajo se utilizará el método de los potenciales por ser el más sencillo.

$$u(x,t) = u_o(x,t) \quad \text{Desplazamiento en las superficies} \tag{1.62}$$

$$t_q = \sigma_{qj} n_j \quad \text{Traccion en las superficies} \tag{1.63}$$

[7]Para mayor información se pueden consultar los libros de Rokhlin [1], Rose [2], y Su [14].

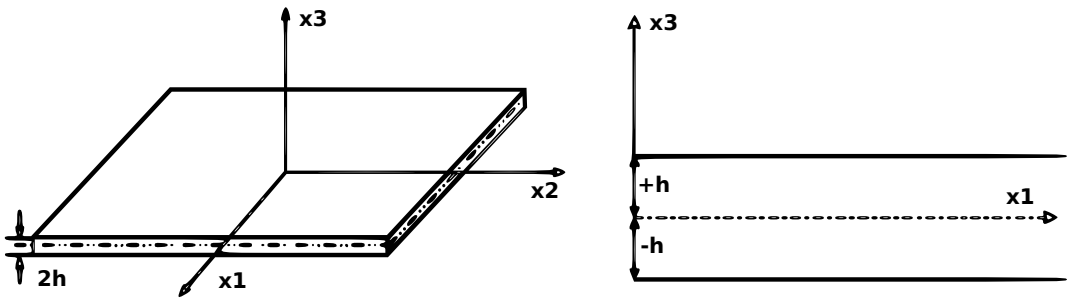


Figura 1.11: Sistema de coordenadas de la placa estudiada.

$$\sigma_{31} = \sigma_{33} = 0 \quad \text{En la cara superior e inferior} \tag{1.64}$$

De acuerdo al teorema de descomposición de Helmholtz el campo vectorial de desplazamientos se puede descomponer en dos ecuaciones de onda desacopladas, que para el caso de esfuerzo plano[8] son [2]:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} = \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad \text{Gobierna ondas longitudinales} \tag{1.65}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} = \frac{1}{c_T^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad \text{Gobierna ondas transversales} \tag{1.66}$$

Donde ϕ y ψ son los potenciales de desplazamiento asociados con las ondas longitudinales y transversales, y c_L y c_T son las velocidades longitudinal y transversal en el medio.

Las ecuaciones (1.65) y (1.66) no representan los casos más generales de este problema, debido a que existe un modo adicional (también infinito en numero) que está relacionado con el modo cortante horizontal (denominado SH o *shear horizontal* en la literatura), orientado en la dirección x_2, el cual es independiente de los modos dados por (1.65) y (1.66). No obstante, para los propósitos de esta sección estas ecuaciones son suficientes.

Suponiendo esfuerzos planos, los potenciales pueden ser descritos de la siguiente manera:

$$u_1 = \frac{\partial \phi}{\partial x_1} + \frac{\partial \psi}{\partial x_3} \tag{1.67}$$

$$u_2 = 0 \tag{1.68}$$

[8]Si bien el caso de esfuerzo plano no es el más general, simplifica mucho el análisis que se desea realizar.

$$u_3 = \frac{\partial \phi}{\partial x_3} - \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \tag{1.69}$$

$$\sigma_{31} = \mu \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) = \mu \left(\frac{2\partial^2 \phi}{\partial x_1 \partial x_3} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} \right) \tag{1.70}$$

$$\sigma_{33} = \lambda \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + 2\mu \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = \lambda \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1 \partial x_3} \right) \tag{1.71}$$

Donde λ y μ son las constantes de Lamé definidas en (1.8).

La aproximación propuesta asume que los potenciales de desplazamiento tienen soluciones armónicas a las ecuaciones de onda en (1.65) y (1.66), que son de la forma:

$$\phi = \Phi(x_3) e^{[i(kx_1 - \omega t)]} \tag{1.72}$$

$$\psi = \Psi(x_3) e^{[i(kx_1 - \omega t)]} \tag{1.73}$$

Donde k es el número de onda, y ω es la frecuencia angular.

Estas soluciones representan ondas viajeras en la dirección de x_1 y ondas estacionarias en la dirección x_3. Sustituyendo (1.72) y (1.73) en (1.65) y (1.66) se obtienen las expresiones para las funciones ϕ y ψ en la dirección del espesor:

$$\phi = \Phi(x_3) = A_1 sen(px_3) + A_2 cos(px_3) \tag{1.74}$$

$$\psi = \Psi(x_3) = B_1 sen(qx_3) + B_2 cos(qx_3) \tag{1.75}$$

p y q se han definido de la siguiente manera:

$$p^2 = \frac{\omega^2}{c_L^2} - k^2 \qquad q^2 = \frac{\omega^2}{c_T^2} - k^2 \tag{1.76}$$

Con estos resultados, los desplazamientos y esfuerzos pueden obtenerse utilizando las ecuaciones de la (1.67) a la (1.71). Omitiendo los términos exponenciales, los desplazamientos y los esfuerzos se pueden escribir como sigue:

$$u_1 = \left[ik\Phi + \frac{d\Psi}{dx_3} \right] \tag{1.77}$$

$$u_3 = \left[\frac{d\Phi}{dx_3} - ik\Psi \right] \tag{1.78}$$

$$\sigma_{31} = \mu \left[2ik\frac{d\Phi}{dx_3} + k^2\Psi + \frac{d^2\Psi}{dx_3^2} \right] \tag{1.79}$$

$$\sigma_{33} = \lambda \left(-k^2\Phi + \frac{d^2\Phi}{dx_3^2} \right) + 2\mu \left(\frac{d^2\Phi}{dx_3^2} - ik\frac{d\Psi}{dx_3} \right) \tag{1.80}$$

Debido a que las variables del campo involucran funciones sinusoidales o cosenoidales con argumento x_3, las respuestas serán impares o pares alrededor de $x_3 = 0$, respectivamente, por lo cual la solución se divide en dos modos diferentes: simétrico y antisimétrico, medidos con referencia al plano medio de la placa. Esta separación entre modos simétrico y antisimétrico es una excepción más que una regla. De hecho, aunque en placas anisotrópicas existen los modos de placa, la separación entre simétricos o antisimétricos puede darse si la onda se propaga a lo largo de un eje de simetría de la placa.

Reemplazando (1.72) y (1.73) en el conjunto de ecuaciones desde (1.77) hasta (1.80), aplicando la condición de frontera en (1.64) para superficies libres de esfuerzo, se obtiene la expresión para el modo simétrico:

$$\frac{tan(qh)}{tan(ph)} = \frac{4k^2qp\mu}{(\lambda k^2 + \lambda p^2 + 2\mu p^2)(k^2 - q^2)} \tag{1.81}$$

Con p y q como se definieron en (1.76) y $k = \frac{\omega}{V}$, V es la velocidad de fase y ω es la frecuencia angular de la onda que se propaga en la placa. λ y μ son las constantes de Lamé. En (1.81) no se debe confundir la constante de Lamé λ con la longitud de onda que utiliza el mismo símbolo.

Utilizando $c_L = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}$ y $c_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$, (1.81) se puede simplificar así (ver [2]):

$$\frac{tan(qh)}{tan(ph)} = -\frac{4k^2pq}{(q^2 - k^2)^2} \quad \text{Modo Simétrico} \tag{1.82}$$

Siguiendo un procedimiento similar se obtiene la expresión para el modo antisimétrico:

$$\frac{tan(qh)}{tan(ph)} = -\frac{(q^2 - k^2)^2}{4k^2pq} \quad \text{Modo Antisimétrico} \tag{1.83}$$

Las ecuaciones (1.82) y (1.83) son conocidas como las relaciones o ecuaciones de Rayleigh-Lamb, las cuales pueden ser usadas para determinar la velocidad a la cual se propaga una

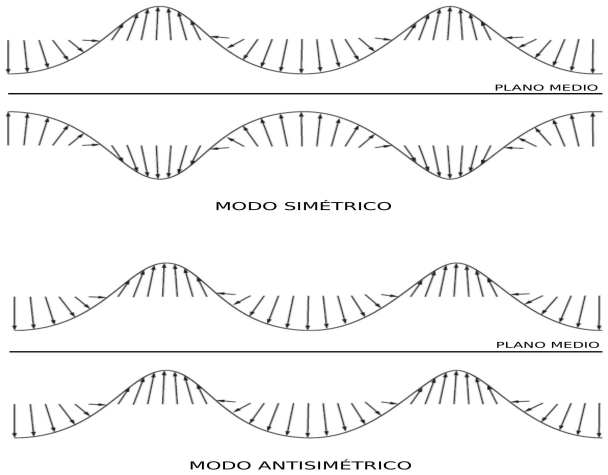


Figura 1.12: Desplazamientos de las superficies de una placa no restringida ocasionados por una onda de Lamb.

onda en una placa como función de la frecuencia. Estas ecuaciones son en sí mismas ecuaciones de dispersión, representadas por ecuaciones trascendentales cuya solución solo es posible por métodos numéricos. El método presentado es simple y elegante, pero su utilidad solo se límita a placas isotrópicas. Cuando las placas estudiadas son anisotrópicas es necesario cambiar el método de solución y utilizar otras alternativas tal como el método de las *ondas parciales* [2].

En lo que sigue, se denotará por S_α y A_α los modos de Lamb simétrico y antisimétrico, respectivamente, donde α indica el orden del modo ($\alpha = 1, 2, 3, ..., \infty$). Como se muestra en la figura 1.12, los modos S se caracterizan por una deformación simétrica de las superficies respecto del plano medio de la placa, en contraste con los modos A, que se caracterizan por una deformación anti-simétrica respecto del plano medio de la placa. Como se puede observar en la figura 1.13, Los modos A presentan desplazamientos predominantemente fuera del plano (conocidos también como *out-of-plane*), mientras que los modos S tiene desplazamientos predominantemente en el plano (conocidos también como *in-plane*).

Cuando las placas estudiadas se componen de múltiples capas, el problema a tratar cambia, ya que el fenómeno de propagación involucra, entre otros, las velocidades dependientes

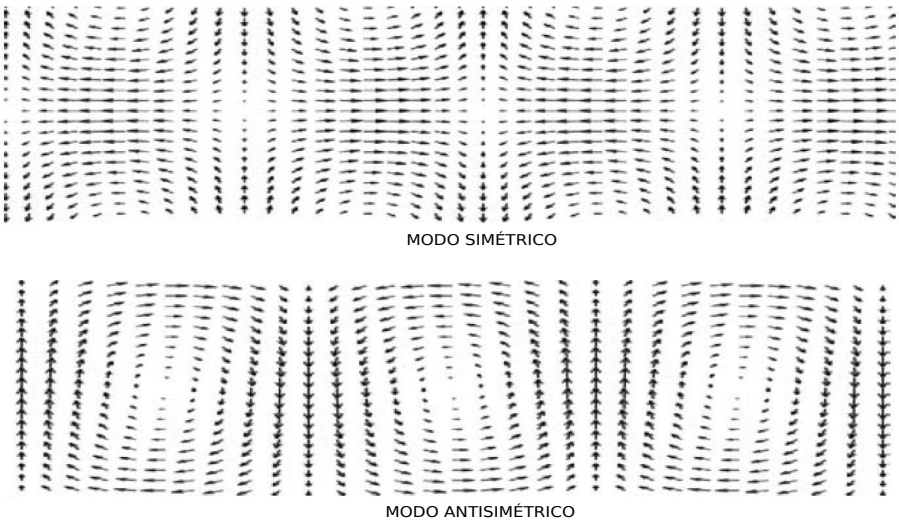


Figura 1.13: Desplazamientos de partícula en los modos simétrico y antisimétrico ocasionados por una onda de Lamb [3].

de la dirección, y diferencias en las velocidades de fase y de grupo en cada capa. Si se considera una placa compuesta de varias capas homogéneas macroscópicas, la propagación de las ondas de Lamb incluye no solo el viaje confinado entre las superficies superior e inferior de la placa, sino también las reflexiones y refracciones en las diferentes capas. Si se expande la ecuación (1.9) para incluir N capas, el desplazamiento, u, dentro de cada capa (n) está dado por [14]:

$$\mu^n \nabla^2 u^n + (\lambda^n + \mu^n)\nabla(\nabla \cdot u^n) = \rho^n \frac{\partial^2 u^n}{\partial t^2} \quad (n = 1, 2, 3, ..., N) \tag{1.84}$$

Donde ∇ es el operador gradiente, ∇^2 es el operador de Laplace, λ y μ son las constantes de Lamé. Amplia literatura se encuentra disponible para resolver problemas en medios multicapa, donde el método más usado consiste en el empleo de la técnica de las ondas parciales [1, 2, 65].

1.4.2. Curvas de dispersión a partir de las ecuaciones de Rayleigh-Lamb (Solución numérica)

Las ecuaciones (1.82) y (1.83) requieren de soluciones numéricas si se desean obtener las curvas de dispersión. Estas ecuaciones son funciones de k y ω, donde el numero de onda puede incluso asumir valores complejos como se describe en la ecuación (1.57). No obstane,

como se describe en la sección 1.3, al graficar las curvas de dispersión solo interesan las soluciones reales del numero de onda (k), las cuales están relacionados con los modos de propagación en el medio.

La propuesta para graficar estas curvas difiere de la que comúnmente se reporta en la literatura. En este caso, se inicia con la redefinición de las variables en la ecuación (1.76), así:

$$p = k\sqrt{\frac{V^2}{c_L^2} - 1} = kp^* = \frac{\omega}{V}p^*, \quad p^* = \sqrt{\frac{V^2}{c_L^2} - 1} \tag{1.85}$$

$$q = k\sqrt{\frac{V^2}{c_T^2} - 1} = kq^* = \frac{\omega}{V}q^*, \quad q^* = \sqrt{\frac{V^2}{c_T^2} - 1} \tag{1.86}$$

Para los procedimientos que siguen se define el espesor como d, entonces $h = d/2$ en las ecuaciones de dispersión. Además, se realizan las siguientes definiciones:

$$p' = \sqrt{|\frac{V^2}{c_L^2} - 1|}, \quad q' = \sqrt{|\frac{V^2}{c_T^2} - 1|} \tag{1.87}$$

Como se observa, los valores de p^* y q^* pueden ser tanto reales como complejos dependiendo de la ubicación relativa de V respecto de c_L y c_T. Por esta razón, la solución numérica de las curvas de dispersión se debe dividir en tres regiones como se muestra a continuación:

- $V > c_L > c_T$

  En este caso p^* y q^* son reales. Por lo tanto: $p^* = p'$ y $q^* = q'$. De esta manera las ecuaciones de dispersión se pueden escribir como:

  $$\frac{tan\left(\frac{\pi f d}{V}q'\right)}{tan\left(\frac{\pi f d}{V}p'\right)} + \left\{\frac{4p'q'}{[(q')^2 - 1]^2}\right\}^{\pm 1} = 0 \tag{1.88}$$

  El signo (+) indica el modo simétrico y el signo (−) el anti-simétrico.

- $c_T < V < c_L$

  En este caso p^* es complejo y q^* es real. Por lo tanto: $p^* = ip'$ y $q^* = q'$, $i = \sqrt{-1}$. De esta manera las ecuaciones de dispersión se pueden escribir como:

  $$\frac{tan\left(\frac{\pi f d}{V}q'\right)}{tan\left(i\frac{\pi f d}{V}p'\right)} + \left\{i\frac{4p'q'}{[(q')^2 - 1]^2}\right\}^{\pm 1} = 0 \tag{1.89}$$

  El signo (+) indica el modo simétrico y el signo (−) el anti-simétrico.

- $V < c_T < c_L$

  En este caso tanto p^* como q^* son valores complejos. Por lo tanto: $p^* = ip'$ y $q^* = iq'$, $i = \sqrt{-1}$. De esta manera las ecuaciones de dispersión se pueden escribir como:

$$\frac{tan\left(i\frac{\pi fd}{V}q'\right)}{tan\left(i\frac{\pi fd}{V}p'\right)} + \left\{-\frac{4p'q'}{[-(q')^2-1]^2}\right\}^{\pm 1} = 0 \tag{1.90}$$

  El signo (+) indica el modo simétrico y el signo (−) el anti-simétrico.

Una vez se definen estos rangos, se seleccionan bandas de interés tanto en la frecuencia, f, como en la velocidad de fase, V, y a partir de un algoritmo de optimización no lineal basado en mínimos cuadrados, se exploran todas las parejas de coordenadas (f, V) que satisfacen las ecuaciones de dispersión (1.88) a la (1.90). De antemano se necesita conocer las características del material tales como el espesor (d), las velocidades longitudinal y cortante (c_L y c_T), y el detalle, o paso, con el cual se desean recorrer los intervalos f y V (definidos como Δf y ΔV) con el objetivo de encontrar todas las parejas (f, V).

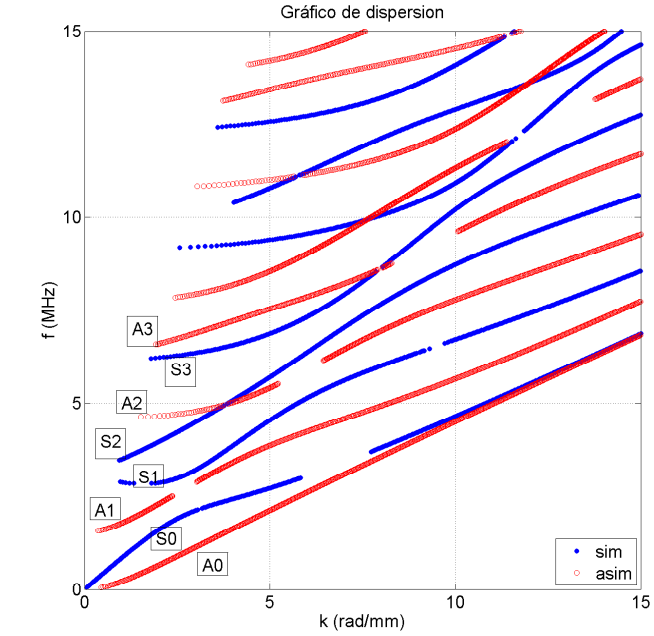
El código que implementa esta solución se puede encontrar en el anexo A. Las curvas de dispersión, obtenidas al resolver numéricamente las ecuaciones de dispersión, se muestran en la figura 1.14. En la figura 1.14(a) se muestra el gráfico de dispersión, que relaciona la frecuencia con el número de onda, donde se puede observar que a bajas frecuencias el modo S_0 es poco dispersivo, debido a que la frecuencia es propocional al número de onda. En la figura 1.14(b) se muestran las curvas de dispersión, que relacionan la velocidad de fase con la frecuencia, donde se corrobora el comportamiento poco dispersivo del modo S_0 a bajas frecuencias.

1.4.3. Generación y medición de ondas de Lamb

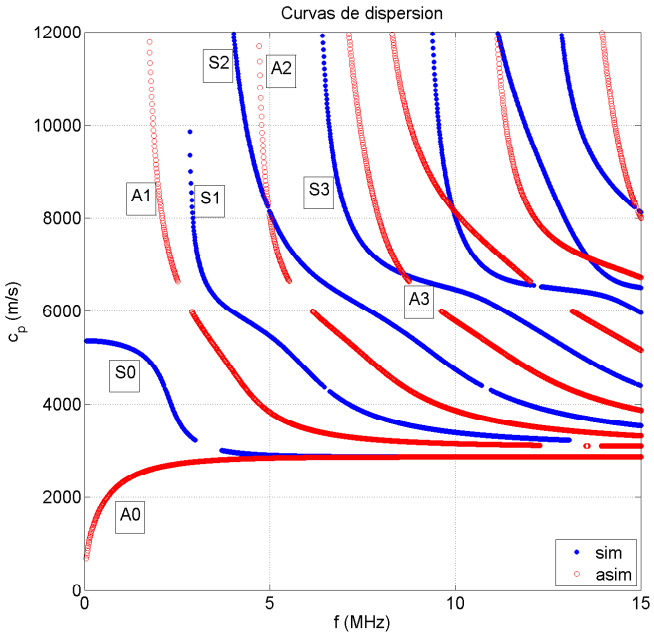
Un sistema experimental, para inducir y propagar ondas de Lamb, requiere que se tomen en cuenta las siguientes consideraciones respecto de la onda que se propaga [66]:

1. **Frecuencia de la onda:**

Existe una relación entre la velocidad de fase y la frecuencia de la onda, la cual puede



(a) Gráfica de dispersión



(b) Curvas de dispersión

Figura 1.14: Relaciones de dispersión obtenidas a partir de las ecuaciones de Rayleigh-Lamb.

observarse en las curvas de dispersión. A bajas frecuencias se excitan pocos modos de Lamb, de tal manera que la señal de respuesta se puede interpretar de forma más inmediata, además, la velocidad es más lenta y por lo tanto hay un tiempo mayor de separación entre la señal enviada y la recibida, lo que incrementa la posibilidad de observar los cambios que puedan ocurrir durante el viaje de la onda. A pesar de estas ventajas, a baja frecuencia las curvas de dispersión presentan pendientes más elevadas lo que indica que es más sensible a pequeñas variaciones en la frecuencia haciendo difícil predecir el tiempo de vuelo. A altas frecuencias suceden más modos, la pendiente tiende a ser más plana y como consecuencia se presenta un pulso de onda más corto comprimiendo lainformación acerca del daño.

2. **Amplitud de la onda:**

Un incremento en la amplitud de la excitación incrementa la amplitud de la onda de Lamb, y por ende, la magnitud de los desplazamientos en la placa, lo que se refleja en un aumento en la relación señal a ruido en las mediciones. Sin embargo, existe un umbral en el voltaje de excitación de los dispositivos, lo que implica un límite de la amplitud de onda que puede lograrse. Así mismo, aumentar el voltaje de excitación puede ser una desventaja debido a que, en general, se buscan sistemas de inspección con bajo consumo de potencia.

3. **Numero de ciclos en la excitación:**

El espectro de la energía es una función inversa de la duración temporal de la onda, por ende, entre mayor numero de ciclos tenga la excitación menor será el ancho de banda de la respuesta espectral. Esto implica que existe una relación de compromiso entre la longtiud de la señal de excitación, en el dominio del tiempo, y el ancho de banda asociado con el contenido de energía de la onda propagada.

4. **Forma del pulso:**

Formas sinusoidales puras parecen excitar ondas de Lamb de forma más eficiente, ya que son periódicas, suaves y permiten alcanzar la amplitud pico bastante rápido en comparación con otros tipos de formas. Una ventana tipo Hanning ayuda a hacer más estable el ancho de banda, además, focaliza la cantidad máxima de energía a la frecuencia de excitación deseada.

5. **Relación con las propiedades del material:**

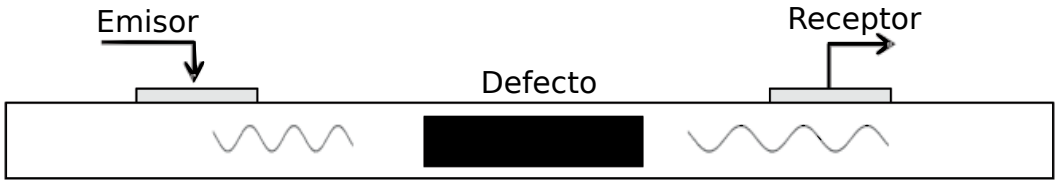


Figura 1.15: Método de ultrasonidos convencional para generar y medir ondas de Lamb.

La relación entre las propiedades del material de una muestra y la rapidez de propagación de una onda de Lamb es bastante compleja (ver sección 1.2). Sin embargo, tener algunas consideraciones al respecto puede mejorar el diseño de las pruebas a realizar. Entre otros, los factores a tener en cuenta incluyen el módulo de elasticidad, la densidad, y la relación de Poisson, así como la orientación de las fibras y el número de capas en un material compuesto.

Dispositivos utilizados

Existen diferentes métodos para la generación y detección de ondas de Lamb, pueden ser con o sin contacto con la muestra. Los sistemas de ultrasonido convencionales utilizan algún tipo de acoplante para generar ondas guiadas, además de los mecanismos típicos utilizados para incidir de forma oblicua sobre la superficie de la muestra. Un ejemplo se muestra en la figura 1.15, donde se puede observar un sistema convencional en pitch-catch. Estas técnicas han sido ampliamente utilizadas, sin embargo, presentan desventajas como el tamaño de los dispositivos, la debilidad en el acople con la muestra (por lo general a través de gel, agua, o algún adhesivo), y un ancho de banda angosto.

Otra forma, hoy convencional, es utilizar transductores tipo peine adheridos a la placa, en los cuales la distancia entre dientes del peine se selecciona de tal manera que coincida con media longitud de onda de la onda guiada. La figura 1.16 es un diagrama de este tipo de transductores. Son más pequeños que los utilizados comúmente en los ensayos no destructivos, pero su costo puede ser considerable y su tamaño puede ser un factor limitante en ciertas aplicaciones, lo que puede limitar su uso en sistemas que requieran autonomía y practicidad.

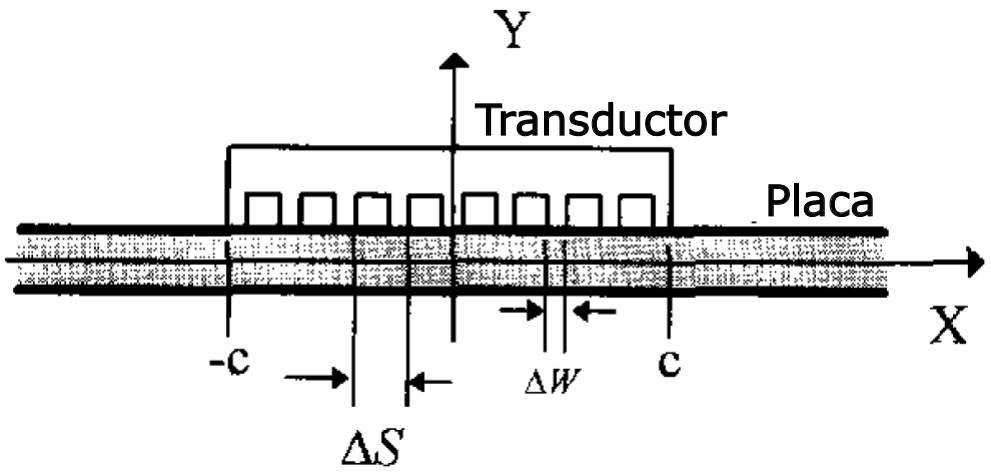


Figura 1.16: Transductor tipo peine [4].

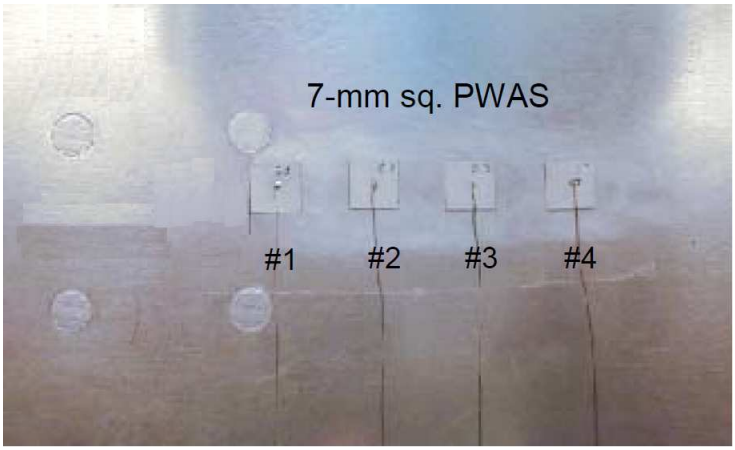


Figura 1.17: Sensores de oblea piezoeléctrica o PWAS [5].

También se encuentran los sensores activos de oblea piezoeléctrica (PWAS, por sus siglas en inglés), mostrados en la figura 1.17, que tienen la cualidad de ser pequeños y livianos. Este tipo de transductores se puede adherir a la estructura, o ser insertados entre las capas de una estructura compuesta, permitiendo realizar una transducción de energía eléctrica a elástica, y viceversa. Al ser dispositivos resonantes, brindan la posibilidad de ajustar selectivamente la frecuencia para inducir o detectar modos de Lamb específicos.

Cuando transductores individuales se agrupan, con especificaciones bien definidas, se pueden conformar arreglos de transductores en fase (*phased array*, en inglés), que pueden

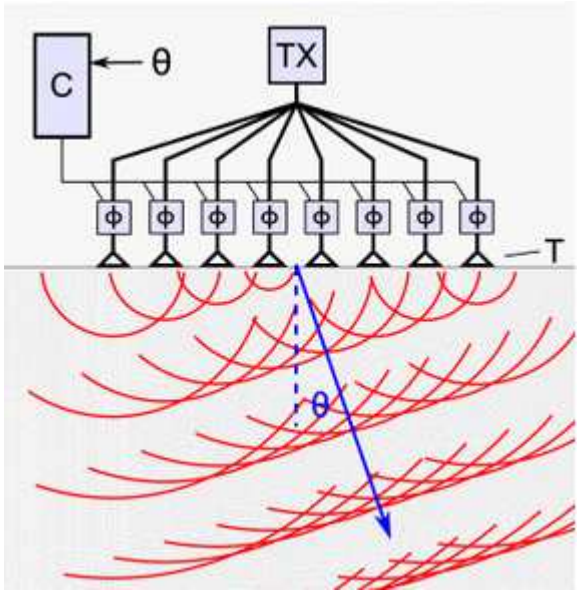


Figura 1.18: Arreglo de transductores en fase.

acoplarse o no a la estructura. Como se muestra en la figura 1.18, estos permiten concentrar la energía acústica a partir de retardos en el tiempo, con el objetivo de focalizar el haz acústico en posiciones estratégicas sobre la muestra, o para leer los ecos de una dirección en particular. Este tipo de sistemas opera como un filtro espacio-temporal, a partir del cual se puede alcanzar una excelente relación señal a ruido debido a la sincronización de los frentes de onda en recepción [67, 68]. La inspección con arreglos de transductores en fase implica tres etapas principales: 1) formación del haz en transmisión o focalización, 2) formación del haz en recepción a partir de los ecos provenientes del daño, 3) emisión y lectura de los haces. Si bien son muy versátiles, su costo es elevado debido a la electrónica necesaria para generar los retardos.

Hoy en día se ha generalizado el uso de sistemas de inspección ultrasónica utilizando dispositivos acoplados en aire [1, 7, 62, 69, 70]. Como lo muestra la figura 1.19, cuando una onda acústica incide oblicuamente sobre la superficie de una placa, parte de la energía es reflejada y parte es transmitida, generando al interior del cuerpo ondas longitudinales y transversales, que al superponerse generan ondas guiadas al interior de la muestra.

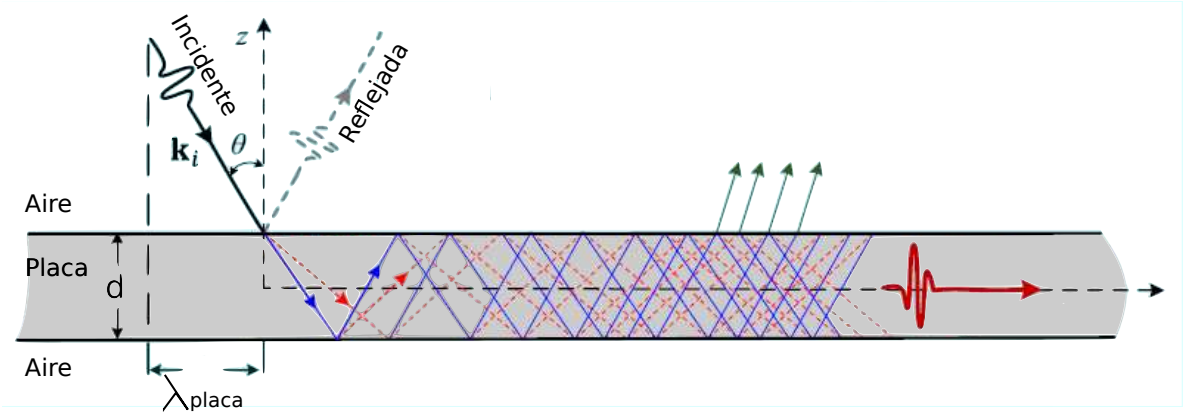


Figura 1.19: Generación de ondas de Lamb con ultrasonido acoplado en aire.

El mecanismo de inducción de ondas de Lamb con este tipo de sistemas tiene su fundamento en la ley de Snell (ver figura 1.19). Existe un ángulo de incidencia θ_inc, para el cual toda la energía de la onda incidente es reflejada y/o convertida en una onda que se propaga por la interfaz, esto es, un ángulo llamado "ángulo crítico" (θ_{cri}) por el cual se genera una onda guiada en la placa, cuya velocidad de fase está dada por la siguiente expresión:

$$V = \frac{V_{aire}}{sin\theta_{cri}} \tag{1.91}$$

Donde V_{aire} es la velocidad de propagación del sonido en el aire.

En la deducción de (1.91), se ha partido de la ecuación (1.42), y puesto que la onda refractada se localiza sobre la interfaz se ha tomado θ_{ref} igual a 90°. En la práctica a la expresión en (1.91) también se le conoce como *regla de coincidencia*, porque la proyección sobre la placa de la longitud de onda incidente, coincide con la longitud de onda de la onda de Lamb generada[9].

Fisicamente, la ecuación (1.91) se puede interpretar como sigue: Si la onda que viaja por el aire incide con el ángulo crítico θ_{cri}, la transmisión de energía acústica que tiene lugar en este proceso permite que la composición de las ondas parciales generadas (longitudinales y transversales) resulte en la producción ondas de Lamb en la placa. La propagación de las ondas de Lamb causa desplazamientos de partículas, los cuales se ven reflejados en cambios

[9]Para más información se puede consultar a Blackstock [62].

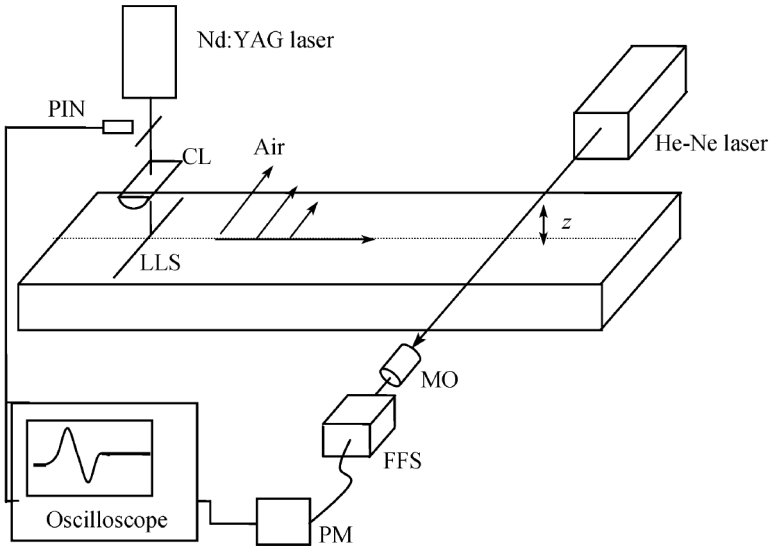


Figura 1.20: Montaje óptico para inducir y medir ondas de Lamb [6].

en el espesor de la placa y en los diversos modos que tienen lugar. Más allá del ángulo crítico la mayor parte de la energía incidente es reflejada, haciendo que la inducción de ondas de placa sea ineficiente.

Además de las técnicas mencionadas anteriormente, es posible utilizar dispositivos ópticos para la inducción y medición de ondas de Lamb. Las técnicas de ultrasonido basado en láser permiten una alta resolución espacial y medidas sin contacto a grandes distancias [36–38]. La gama de posibilidades que estos dispositivos ofrece permite generar ondas elásticas ya sea en regimén termo-elástico [71, 72] o por ablación [40, 73]. Un ejemplo se observa en la figura 1.20, donde se muestra un láser pulsado (Nd:YAG) encargado de la generación de la onda de Lamb, y un interferometro implementado con un láser de He-Ne encargado de medir las ondas de fuga producidas por el viaje de la onda de Lamb dentro de la placa. El éxito en la inducción de las ondas depende, entre otras, de las propiedades materiales de las muestras, tales como la penetración óptica, la difusión térmica, la elasticidad, y la geometría de la muestra [74]. Algunos limitantes que presenta esta tecnología tienen que ver con el alto costo de adquisición de los dispositivos, la necesidad de propiedades de absorción óptica de las muestras, y el requerimiento de condiciones especiales de seguridad para el manejo de los equipos.

Debido a que todos los sistemas presentan ventajas y desventajas inherentes a la tecnología con la cual se implementan, en la actualidad los métodos de inspección, en especial aquellos que no requieren contacto con la muestra, han evolucionado para dar lugar a la implementación de sistemas híbridos, que buscan opciones más viables y atractivas mediante la integración de técnicas que permitan superar las barreras propias de las tecnologías empleadas [51, 52, 75–77]. Esto conduce al aprovechamiento de las ventajas que cada una de ellas ofrece, siempre y cuando se pueda mejorar el rendimiento en emisión y recepción con una buena relación costo-beneficio.

1.5. Detección de daños utilizando ondas de Lamb

El método de ondas de Lamb para la detección de daños provee información útil de la presencia, localización, tipo, tamaño y grado de daño en materiales compuestos, y puede ser aplicado a estructuras a partir de métodos con y sin contacto con la muestra. Entre otras, su potencial de inspección se debe principalmente a su carácter multimodal, sensibilidad a diferentes tipos de fallas, propagación sobre grandes distancias, y la capacidad de continuar su camino bajo la presencia de curvaturas. Los daños en una estructura pueden manifestarse en forma de grietas, muescas, vacíos, corrosión, e inclusiones en estructuras metálicas. También como ruptura de fibras, grietas en la matriz, agujeros pasantes, delaminación local, despegado entre interfaces o una combinación de estas en materiales compuestos.

Una de las estrategias utilizadas para determinar cambios estructurales es observar la atenuación de la onda que se esta propagando, es decir, como se reduce la magnitud de la señal medida. Por ejemplo, cuando existe un daño o una inhomogeneidad la disipación se incrementa. Es importante notar que la atenuación es diferente de la dispersión mencionada en la sección 1.3, esta última hace referencia a cambios en la velocidad de propagación como función del ancho de banda de la señal. Otros indicadores del estado estructural son el coeficiente de reflexión, el coeficiente de transmisión, el efecto de conversión de modo, los cambios en las relaciones de dispersión, el tiempo de vuelo de las señales, la taza a la cual

se propaga la energía acústica, entre otros [1, 2, 14, 47].

En general, se busca que un sistema para la detección de daños con ondas de Lamb presente las siguientes características[10]:

1. La habilidad para inspeccionar grandes estructuras sin realizar cambios estructurales, tales como modificaciones a la cubierta y/o el aislamiento.

2. La inspección debe brindar información de la sección transversal de la placa, por ejemplo cambios en el espesor o defectos al interior de la muestra.

3. No requiere dispositivos costosos ni una implementación complicada, tales como unidades de rotación con ajuste de ángulo de alta precisión, o transductores acoplados a la placa.

4. Debe brindar alta sensibilidad para detectar defectos, y permitir buena calidad en la identificación de estos.

5. Bajo consumo de energía, el sistema debe ser altamente eficiente y brindar una buena relación costo-beneficio.

[10]Una profundización sobre este tema se puede encontrar en Su [14] y kessler [66]

Capítulo 2

Montajes experimentales y post-procesamiento

En este capítulo se explican los montajes experimentales usados para inducir y medir las ondas de Lamb en las muestras estudiadas. Con el propósito de tener un acercamiento a las ventajas y desventajas de los métodos acústicos, ópticos, e híbridos, se ha realizado un montaje de cada uno de ellos, y su descripción se presenta en la primera sección. En la segunda sección se describen las técnicas de procesamiento digital de las señales obtenidas, así como los métodos utilizados para la extracción de características y determinación de daños en los muestras.

2.1. Montajes experimentales

En este trabajo se han realizado tres montajes experimentales utilizando tecnologsías mecánica y óptica. Estos montajes son:

- Sistema completamente acústico.
- Sistema completamente óptico.
- Sistema híbrido.

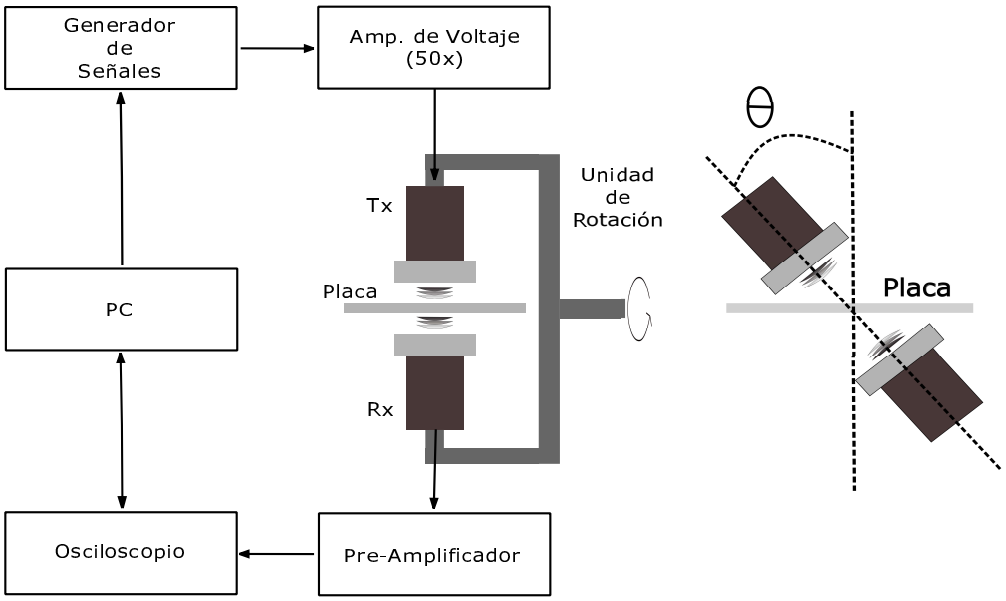


Figura 2.1: Sistema completamente acústico.

2.1.1. Sistema completamente acústico (Ultrasonido acoplado en aire)

El sistema mecánico implementado se muestra en la figura 2.1, el cual está basado en el uso de transductores ultrasónicos acoplados en aire (TAAs) de banda ancha, tanto en emisión como en recepción. Este montaje utiliza la regla de coincidencia (ec. (1.91)) para inducir las ondas de Lamb. El ángulo crítico se busca cambiando la inclinación de los transductores hasta que se observa un máximo en la amplitud de la onda transmitida.

Para una onda que viaja en el aire el producto λf es constante, por lo tanto un cambio en la frecuencia hace que la longitud de onda cambie, y por ende, su proyección sobre la superficie de la placa. Entonces, existe una relación entre el ángulo crítico y la frecuencia de la onda incidente, haciendo que un cambio en la frecuencia modifique el ángulo crítico requerido. Dicho de otra manera, existe un ángulo crítico asociado a un valor dado de frecuencia de la onda incidente, el cual cambia si la frecuencia de la onda incidente cambia.

Es importante anotar que, como se muestra en la figura 2.1, el ángulo de incidencia es igual al ángulo en recepción, ya que por reciprocidad si un ángulo θ_{inc} permite la generación

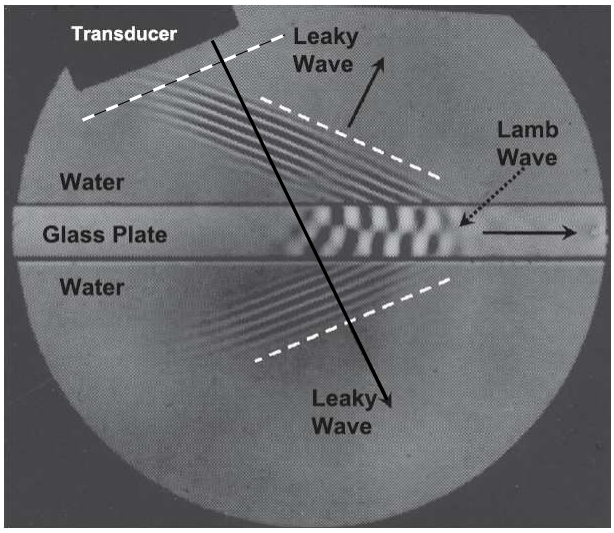


Figura 2.2: Onda de fuga generada por la propagación de una onda de Lamb a través de una placa [7].

de una onda de Lamb, entonces la onda de Lamb distorsiona el fluido que la rodea, en este caso aire, generando una "onda de fuga"[1] cuyo ángulo de salida es igual al ángulo θ_{inc}. Esta situación se muestra en la figura 2.2. La igualdad de los ángulos de emisión y recepción se logra montando ambos transductores sobre un marco en C y ubicando la muestra en medio de ellos dos. El marco a su vez se acopla a una unidad de rotación con la cual se puede cambiar el ángulo de incidencia de forma controlada.

Los transductores utilizados fueron construidos a partir de piezo-composites, con una frecuencia central de operación de 0,25MHz, con un ancho de banda de 0,15MHz-0,35MHz. El sistema electrónico de excitación está compuesto por un generador de señales arbitrarias (AFG3022C, Tecktronix, USA) conectado a un amplificar de alto voltaje (WMA-300, Falco Systems, Netherlands), el cual permite amplificar hasta 50 veces la señal enviada por el generador. El transductor receptor se conecta a un preamplificador de señales (5660C, Olympus, USA), cuya salida se visualiza en un osciloscopio digital (TDS2014C, Tektronix, USA) que, además, se encarga de transmitir los datos a un PC para realizar el post-procesamiento.

[1] *leaky wave* como se conoce en la literatura [7].

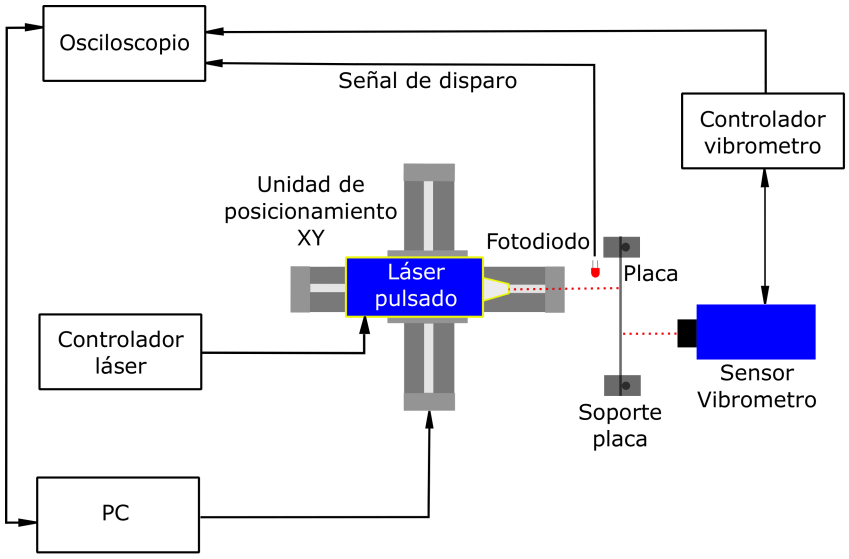


Figura 2.3: Sistema completamente óptico.

2.1.2. Sistema completamente óptico (Ultrasonido basado en láser)

En la figura 2.3 se muestra el sistema completamente óptico, utilizado para inducir y medir ondas de Lamb. En emisión se utiliza un láser pulsado (Q-Switch Nd:YAG, Tianji, China) para generar las ondas de placa por ablación. En recepción se ha utilizado un vibrometro láser de efecto Doppler o LDV (OFV-5000 & OFV-505, Polytec, Alemania). Los datos obtenidos por el LDV son transmitidos a un osciloscopio digital (TDS2014C, Tektronix, USA), y luego envíados al PC para post-procesamiento. Como se observa en la figura 2.3, tanto el láser pulsado como el LDV inciden en lados opuestos de la muestra, de esta manera se asegura que los haces láser no interfieren entre ellos y, adicionalmente, que la onda generada deforma ambos lados de la muestra, corroborando que se trata de una onda de Lamb. El láser pulsado se ha montado sobre una unidad de posicionamiento líneal XY (ET-300-11, Newmark systems, USA), para mover el haz del láser pulsado al frente de la muestra, mientras el LDV y la placa se mantienen fijos. De esta forma se realiza un barrido sobre la muestra, y se obtiene información para reconstruir las curvas de dispersión.

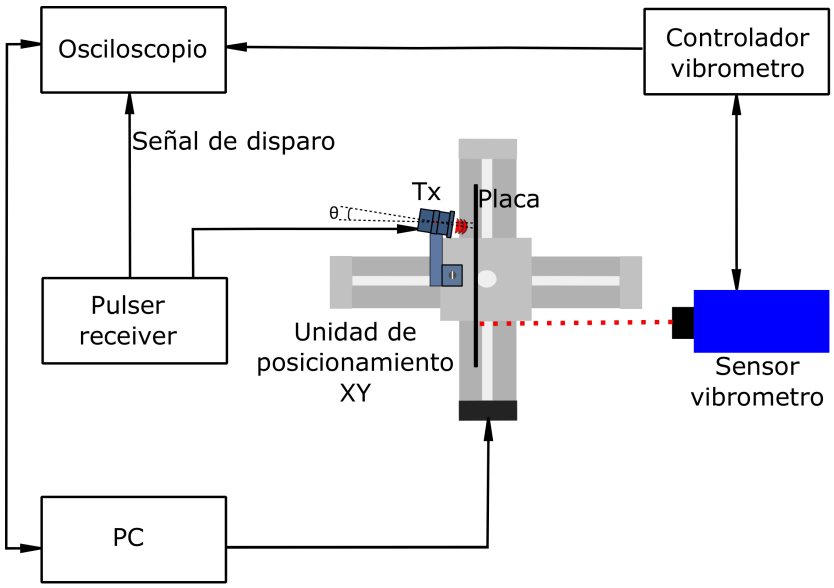


Figura 2.4: Sistema híbrido.

2.1.3. Sistema híbrido (TAA-LDV)

El sistema híbrido se ha implementado combinando un TAA en emisión y un LDV en recepción, tal como se muestra en la figura 2.4. La fuente de excitación del TAA emisor es un *pulser-receiver* (PR5077, Olympus, USA), ajustado para que tenga una frecuencia de repetición de pulso de $100Hz$, y amplitud de pulso igual a $-400Vp$. Este equipo permite establecer la frecuencia central de acuerdo a las características del transductor utilizado (en los ensayos se utilizaron transductores con frecuencias centrales de operación de 0.25 MHz y 0.75 MHz). En recepción se utilizó un vibrometro láser (OFV-500, Polytec, Alemania) para medir las vibraciones fuera del plano de la muestra (dirección x_3, de acuerdo a la figura 1.11). Para visualizar los datos del vibrometro y digitalizar la señal se utilizó un osciloscopio digital (TDS2014C, Tektronix, USA). En algunas de las pruebas la relación señal a ruido de la vibración medida se mejoró utilizando una cinta reflectante adherida a la superficie[2] o marcando la zona de interés con pintura reflectante.

Como se muestra en la figura 2.4, la excitación y medición de las ondas se realiza

[2]Se realizaron los ensayos pertinentes para asegurarse que la cinta no altera la información proveniente de la muestra.

en caras opuestas de la placa. Esto permite realizar mediciones muy cerca del punto de impacto del haz acústico, sin que el transductor o los soportes interfieran con el haz óptico. Además, se evita que la onda acústica reflejada interfiera en las mediciones realizadas con el vibrometro. Para observar el comportamiento dispersivo de la onda se realiza un barrido sobre la placa. Esto se logra montando solidariamente la muestra y el TAA sobre un sistema de posicionamiento XY (ET-300-11, Newmark Systems, USA).

Es común considerar que solo un valor puntual de θ_{inc} genera una única velocidad de fase, sin embargo, se ha demostrado que la amplitud de la onda generada es continua sobre todos los valores de k en el ancho de banda del transductor [51]. Esto implica que aunque la regla de coincidencia relacione un valor específico de ángulo crítico con un valor único de velocidad de fase, es posible inducir ondas en la placa cuyos frentes de fase viajen a diferentes velocidades, siempre y cuando los números de onda inducidos se encuentran en el rango de trabajo del transductor. En la realidad, el tamaño del área activa del TAA permite que el haz sónico contenga rayos incidentes a ángulos adicionales al crítico, por lo que también existe reflexión y cierta transmisión a dichos ángulos, haciendo posible la generación de ondas de Lamb. El principio de funcionamiento del sistema híbrido aprovecha este fenómeno, de tal manera que manteniendo fijo el TAA puede generar ondas de Lamb, y utilizando el LDV realizar el seguimiento de las características dispersivas del medio sin necesidad de un sistema de rotación.

2.2. Post-procesamiento y técnicas de análisis de ondas de Lamb

Las señales capturadas se deben limpiar de datos espurios debido a ruido electromagnético, eléctrico, mecánico, temperatura, o humedad. Así mismo, es necesario realzar zonas de mayor interés. Por esta razón, se han dispuesto de algunos tratamientos previos que se han aplicado a las señales, los cuales se explican a continuación:

Extraction del nivel medio

Cuando las señales son adquiridas, por lo general contienen un nivel medio, también llamado nivel de *DC*, de *continua*, u *offset*, que para los efectos de este trabajo no proveen información relevante, por lo tanto, cada señal adquirida se ha limpiado de este valor.

Promediado y suavizado

Los datos experimentales contienen fluctuaciones ocasionadas por ruido aleatorio, las cuales son disminuidas aplicando técnicas de promediado y suavizado. El promediado se ha realizado desde el osciloscopio directamente; este toma un conjunto de formas de onda, las promedia, y luego envia el resultado al PC [78]. Por su parte, el suavizado es realizado digitalmente en el PC, aplicando un filtro de promedio móvil basado en un filtro de Savitzky-Golay [58].

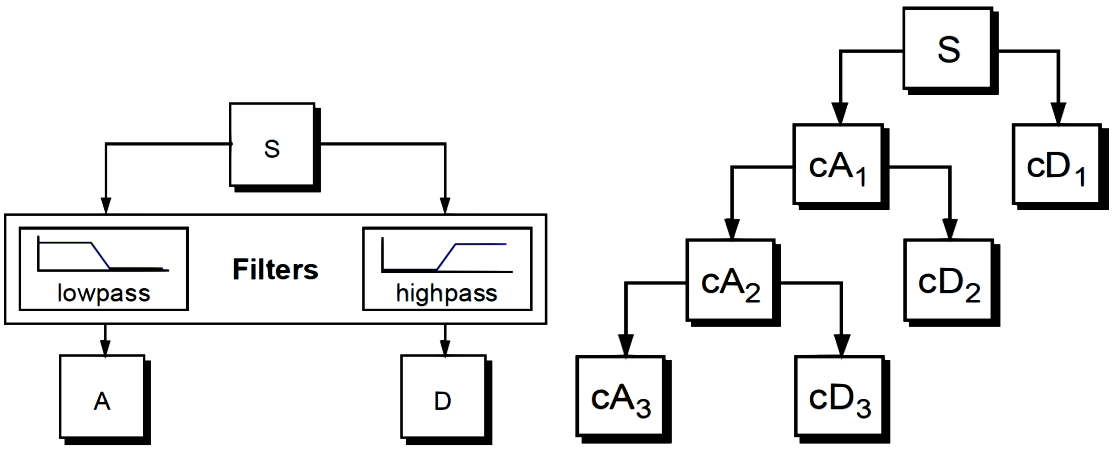
Interpolación

La interpolación permite aumentar la resolución temporal del conjunto de datos experimentales, haciendo que las formas de onda sean más continuas en la ventana de tiempo en la cual fueron capturadas. Para mayor información se puede consultar [59].

Filtrado

Las técnicas de filtrado se basan en la eliminación de ruido de la señal, el cual no brinda información relevante acerca del fenómeno que se está estudiando. Este procedimiento es necesario debido a que el nivel de ruido en las señales capturadas puede ocultar información importante. En este trabajo el filtrado se ha realizado haciendo uso de la transformada discreta de wavelet (DWT), en la cual la señal original es descompuesta en sub-bandas de diferentes frecuencias, cada una mostrando un nivel diferente de detalle.

Como se bosqueja en la figura 2.5, el escenario de filtrado a partir de la DWT se basa en la descomposición de la señal en diferentes bandas ubicadas en dos grandes grupos: 1) aproximaciones (A), y 2) detalles (D). El grupo de aproximaciones contiene información de



(a) Descomposición de la señal. (b) Descomposición multi-nivel.

Figura 2.5: Filtrado de señales utilizando la transformada discreta de wavelet [8].

las componentes de baja frecuencia, actuando como un filtro paso bajo. El grupo de detalles contiene las componentes de alta frecuencia de la señal, actuando como un filtro paso alto. El proceso de descomposición puede ser repetido en iteraciones sucesivas, encontrando en cada paso aproximaciones y detalles en bandas de frecuencias más estrechas [8].

Normalización

Debido a que la inducción y propagación de ondas guiadas implican condiciones de trabajo variables que dependen de múltiples factores, la normalización de las señales permite una correcta interpretación de las señales. La forma de normalización utilizada en este trabajo se presenta en la ecuación (2.1), donde S_{norm} es la señal normalizada, S_{exp} es la señal capturada experimentalmente, y max indica el máximo de la señal correspondiente. Otras formas de normalización para analizar ondas guiadas se pueden encontrar en [14].

$$S_{norm} = \frac{S_{exp}}{max(S_{exp})} \tag{2.1}$$

Definición de umbrales

La definición de umbrales es importante porque permite diferenciar puntos claves en la señal adquirida, tales como qué es dato y qué es ruido, o a partir de cual amplitud se pueden interpretar las señales con un grado de confianza alto. Con base en este procedimiento se

puede realizar un mapeo de la información y extraer de las matrices de datos experimentales información clave acerca de la prueba realizada.

2.2.1. Dominios de análisis

Una forma común de categorizar el análisis de señales digitales es dividir dicho análisis en dominios, tales como el dominio del tiempo, la frecuencia, y en tiempo-frecuencia. En lo que sigue se realizará una descripción acerca de los tipos de análisis que se pueden realizar en estos dominios, información más detallada se puede encontrar en la literatura [58, 59, 79, 80].

Análisis en el dominio del tiempo

Las señales experimentales se adquieren en el dominio del tiempo, estas brindan información acerca de la historia de propagación de las ondas que viajan en una muestra. Si la calidad de la señal es buena es posible obtener la velocidad de propagación y la atenuación, determinar si existe dispersión, o si la muestra presenta defectos. Algunos indicadores que pueden dar información de la muestra son el valor absoluto de la magnitud, el valor medio cuadrado (RMS, por sus siglas en inglés), la desviación estándar, y el tiempo de vuelo.

El procesamiento en el dominio del tiempo permite implementar algunas técnicas muy útiles que permiten limpiar e identificar descriptores claves del comportamiento de la señal, a través de herramientas como la transformada de Hilbert y la correlación. La transformada de Hilbert es útil para realizar un escrutinio de la onda de Lamb en el dominio del tiempo, e inferir la forma como se distribuye su energía a medida que se propaga por la muestra.

$$H(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\tau)}{t - \tau} d\tau \tag{2.2}$$

La ecuación (2.2) calcula la transformada de Hilbert $H(t)$ de la función $f(t)$, cuya definición implica que $H(t)$ es la versión de $f(t)$ con un desfase de 90°. A partir de este resultado se puede construir la señal analítica $F_A(t)$ mostrada en (2.3). $i = \sqrt{-1}$ es el operador complejo [60].

$$F_A(t) = f(t) + iH(t) = e(t) \cdot e^{i\phi(t)} \tag{2.3}$$

La definición en (2.3) permite obtener la envolvente de la señal, $e(t)$, y por ende, obtener información acerca de la distribución de energía de la función $f(t)$ en el dominio del tiempo. Así mismo, es posible obtener la función de fase instantánea, $\phi(t)$, que da información acerca del retraso de fase instantáneo de los frentes de fase de la onda.

Análisis en el dominio de la frecuencia

El procesamiento de ondas acústicas en el dominio temporal es suficiente si las ondas que se propagan son mono-frecuencia, es decir, si corresponden a modos puros propagandose en el medio. Si los modos no son puros, o la señal contiene múltiples componentes de frecuencia, se hace necesario realizar un análisis en el dominio de la frecuencia, donde es posible expandir la información en sus componentes espectrales, para así determinar cual es el aporte de cada componente a medida que la onda se propaga.

Para realizar la conversión del dominio del tiempo al de la frecuencia, se utiliza la transformada de Fourier (FT, por sus siglas en inglés), que se define como se muestra en la ecuación [59]:

$$G(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-j2\pi ft} dt \tag{2.4}$$

Donde, $g(t)$ es la función temporal, f es la frecuencia de la transformada de Fourier (en Hertz, Hz), $G(f)$ es la contraparte en frecuencia de la función $g(t)$, y t es el tiempo (en segundos, s).

Si ahora se cambia la función $g(t)$, por una función que varía con la distancia, $g(x)$, entonces se puede obtener una expresión para la transformada de Fourier en el dominio de la frecuencia espacial, $G(\xi)$, de la siguiente forma:

$$G(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) e^{-j2\pi \xi x} dx \tag{2.5}$$

Donde, x es la distancia en metros, ξ es la frecuencia espacial dada en m^{-1}, y se relaciona con el número de onda mediante $k = 2\pi/\xi$ en $[rad/m]$.

Transformada bi-dimensional de Fourier Las ondas de Lamb son función tanto del tiempo como de la distancia. Por lo tanto, es de interés conocer como varía la energía de la onda en función de la frecuencia espacial y temporal, así como su interrelación mientras la onda se propaga a través de la muestra. Esta transformada asume que, en régimen estacionario, el desplazamiento de partículas está dado por (2.6).

$$u(x,t) = Ae^{kx-\omega t} \tag{2.6}$$

Donde ($\omega = 2\pi f$) es la frecuencia angular, k es el numero de onda, y t es el tiempo.

Así, la 2D-FFT se puede definir como [55]:

$$H(k,f) = \int\int u(x,t)e^{-j(kx-\omega t)}dx \cdot dt \tag{2.7}$$

Con la ecuación (2.7) es posible presentar el comportamiento de una onda de Lamb como una gráfica que relaciona el numero de onda con la frecuencia de la onda, es decir, es posible reconstruir la relación de dispersión. En el presente trabajo esta transformada se implementa por vía numérica a partir del algoritmo de la transformada rápida de Fourier, que para el caso de dos dimensiones se expresa como "2D-FFT".

Análisis en el dominio tiempo-frecuencia

Analizar las señales en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia por separado no permite vincular el contenido de energía de una componente de frecuencia específica, con el instante de tiempo en el que ocurre. Así, para evitar una potencial pérdida de información se realiza un estudio de la dinámica de las ondas de Lamb en el dominio combinado tiempo-frecuencia. Uno de los mecanismos que permite realizar este análisis es la transformada de Fourier de tiempo corto (STFT, por sus siglas en inglés), con la cual se puede conocer el "cuando" (tiempo) y el "que" (frecuencia específica) de una señal dada.

Matemáticamente, esta transformada se puede expresar como sigue [79]:

$$S(t,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\tau) \cdot r(\tau - t)e^{-j\omega\tau}d\tau \tag{2.8}$$

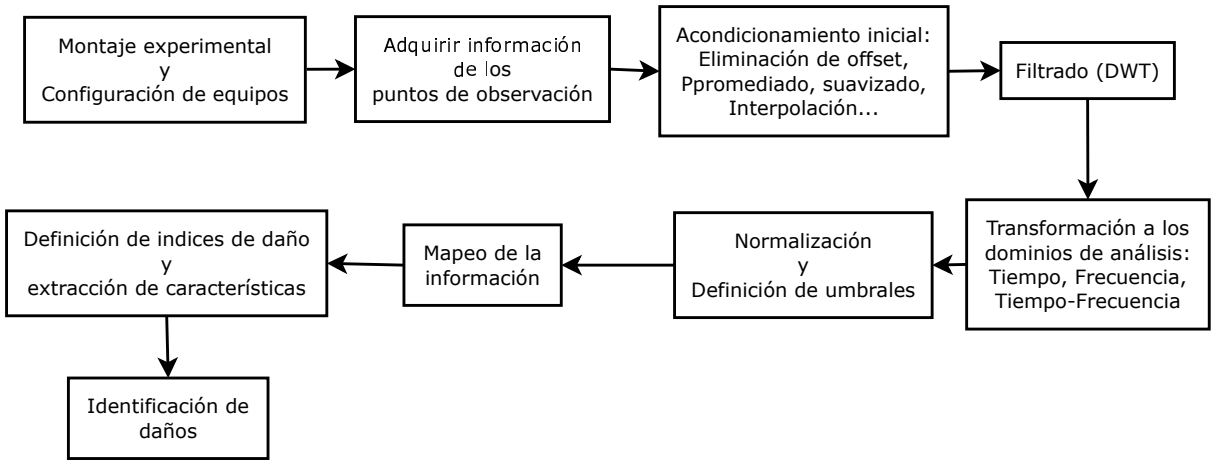


Figura 2.6: Flujo de la información para la identificación de daños utilizando ondas de Lamb.

Donde $S(t, \omega)$ es la STFT de la señal $g(t)$.

La STFT aplica análisis de Fourier sobre pequeños segmentos de señal centrados en el tiempo t. Tales segmentos están definidos por la ventana $r(\tau - t)$ en la ecuación (2.8), la cual se mueve sobre todas las muestras temporales de la señal, de allí el nombre de "tiempo corto". El tipo de ventana define la resolución con la cual se puede discriminar la información temporal o en frecuencia de la señal estudiada, por lo tanto, una adecuada selección de la venta permite visualizar información clave contenida en la señal[3].

2.2.2. Extracción de características e índices de daño

La extracción de características hace referencia a la identificación y recolección de datos, que indican cambio en las propiedades de las muestras como resultado de la aparición de un daño. A los descriptores relacionados con dichos cambios se les llama "índices de daño". Tales cualidades o descriptores pueden encontrarse en cualquiera de los dominios de análisis mencionados anteriormente, y entre ellos se incluyen: tiempo de vuelo, magnitud, atenuación, frecuencia, fase, espectro, densidad de energía, entre otros. Como estos índices son propios de cada dominio, se sugiere estudiar los tres dominios y seleccionar los descriptores que mejor representen los cambios o los daños presentes en la muestra.

[3]Para mayor información sobre las ventanas que se pueden aplicar se recomienda leer [61].

En la figura 2.6 se resume la metodología utilizada desde el momento en el cual se realiza el montaje experimental, hasta que se realiza la identificación del daño. Es importante notar que durante la adquisición de los datos, los equipos deben permitir la suficiente resolución horizontal (frecuencia de muestreo) y vertical (cuantización) con el fin de realizar una buena representación de la señal, y que el post-procesamiento y la metodología planteada se ajusten a los requerimientos de inspección de la muestra.

Capítulo 3

Generación y medición de ondas de Lamb - implementación de las técnicas

En este capítulo se presenta la implementación de las técnicas propuestas en la sección 2.1, a saber: un sistema completamente acústico, un sistema completamente óptico, y un sistema híbrido (TAA-LDV). Así mismo, se muestra la implementación de las técnicas de post-procesamiento y análisis mencionadas en la sección 2.2. Para esto se ha utilizado una placa de aluminio (este es el material isotrópico de referencia), con un espesor de $1mm$ y velocidades longitudinal y transversal de $6320m/s$ y $3070m/s$, respectivamente. Para las pruebas del sistema completamente acústico e híbrido las dimensiones de la placa fueron $600mm$ x $140mm$. Para la prueba completamente óptica las dimensiones de la placa fueron $300mm$ x $300mm$. Dadas sus características (isotropía, homogeneidad, reportes de caracterización en la literatura, etc.) estas muestras resultan adecuadas para verificar la confiabilidad de los montajes y de las técnicas de procesamiento implementadas. En todos los casos, los soportes utilizados para anclar las muestras se han cubierto con etil-vinil-acetato (comercialmente se conoce como *foamy*) con el fin de disminuir la posibilidad de que los apoyos representen fronteras donde la onda pueda sufrir reflexiones.

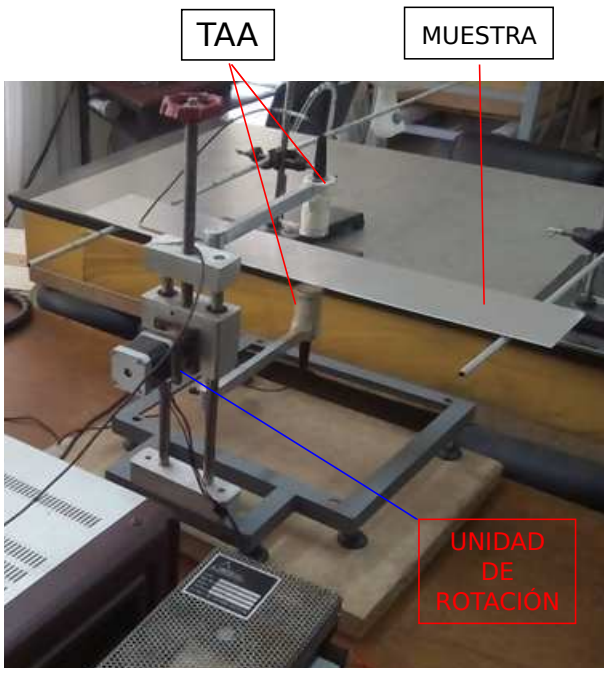
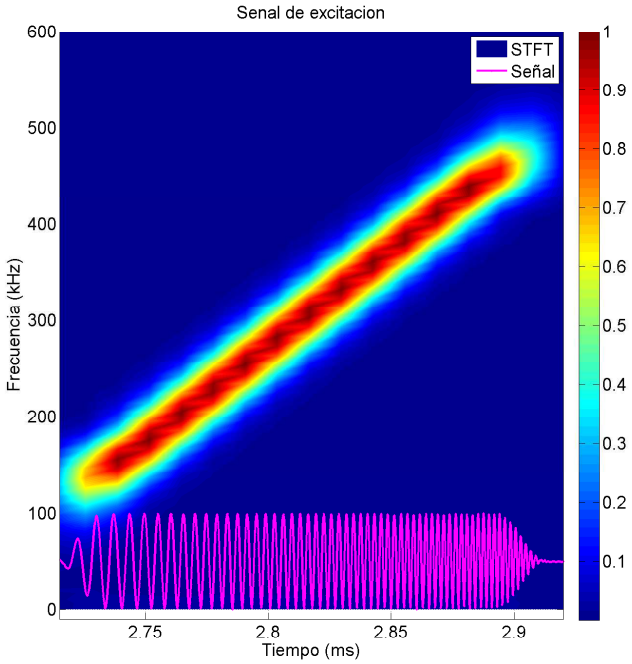


Figura 3.1: Montaje del sistema completamente acústico utilizado para inducir y medir ondas de Lamb.

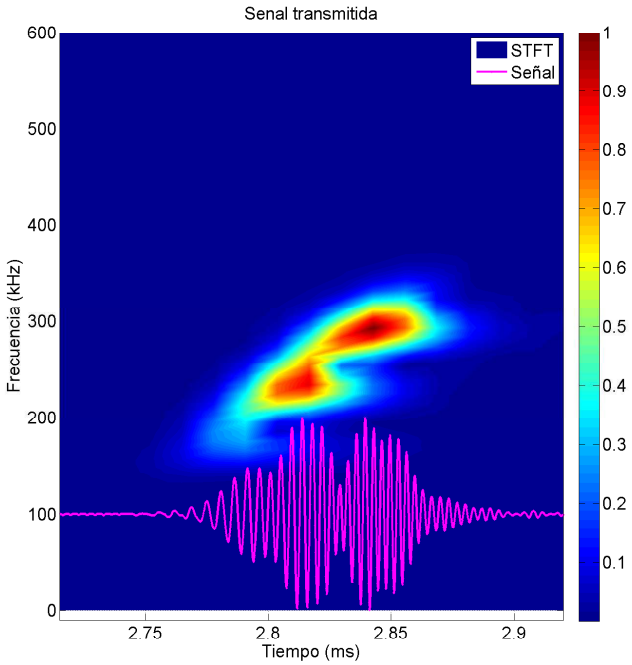
3.1. Generación y captura de ondas de Lamb utilizando un sistema completamente acústico

En la figura 3.1 se muestra la implementación del sistema completamente acústico. Los TAAs se han ubicado en transmisión y han sido montados sobre una unidad de rotación, con la cual se realizan barridos angulares entre 0° y 51,75°, a pasos de 0,45°. Ambos transductores se encuentran montados solidariamente sobre una estructura en forma de "C", con lo cual se logra que el ángulo de incidencia y el de recepción sean iguales respecto de la normal. Cabe resaltar que los soportes que sostienen la muestra se encuentran sobre una mesa antivibratoria, la cual aisla las vibraciones del ambiente. A su vez, permite realizar un desacople entre la unidad de rotación y la placa, lo que evita que viajen ondas hacia la placa a través de la estructura.

El par de transductores utilizados está centrado a una frecuencia de 0,25MHz, y su ancho de banda permite trabajar con señales entre 0,15MHz y 0,35MHz. El TAA emisor



(a) Señal de excitación del TAA emisor. Chirp lineal entre $100kHz$ y $5000kHz$



(b) Señal transmitida cuando el ángulo crítico es 15,3°

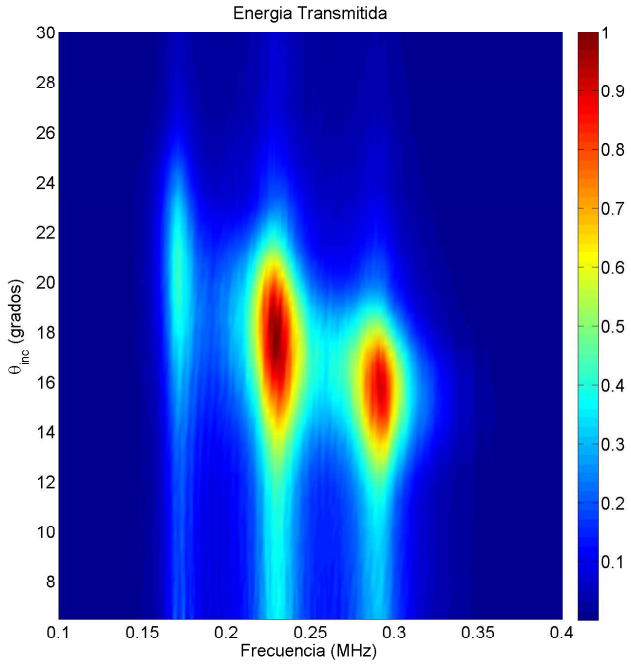
Figura 3.2: Señales de excitación y recepción medidas en una prueba realizada con el sistema completamente acústico. Las formas de onda temporales han sido escaladas para permitir una mejor visualización.

fue excitado con una señal sinuosidal pulsada cuyo ancho de banda está comprendido entre $100kHz$ y $500kHz$, a una amplitud igual a $300V_{pp}$. En la figura 3.2(a) se muestra la forma de onda de la excitación así como su distribución de energía. Se puede observar que la señal está compuesta por una gama continua de frecuencias, las cuales van aumentando linealmente desde $100kHz$ hasta $500kHz$ a medida que el tiempo evoluciona, además, cada componente frecuencial aporta la misma energía en la señal de excitación[1].

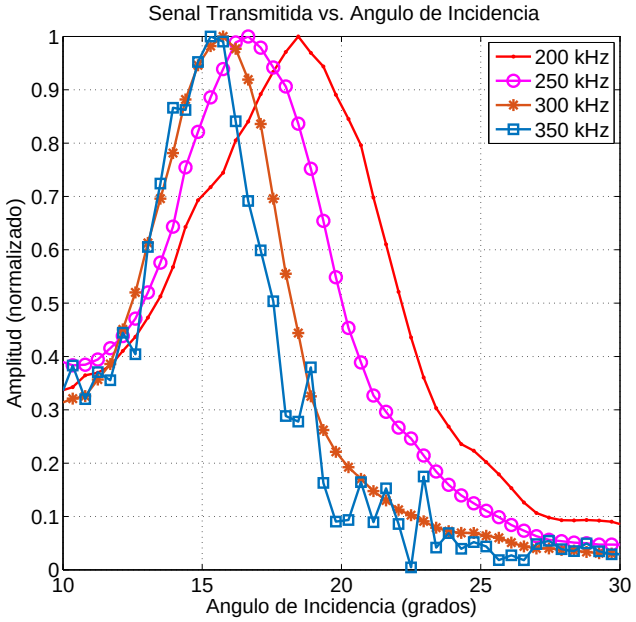
En la figura 3.2(b) se muestra la forma de onda medida por el receptor cuando $\theta_{cri} = 15{,}3°$. La forma de onda transmitida no es igual a la forma de onda de la excitación debido a que, en primer lugar, los TAAs filtran la señal respondiendo dentro de su ancho de banda. Segundo, debido a que el transductor tiene una superficie piezoeléctrica activa de $25mm$ de diametro, el ángulo de incidencia no es solamente el de inclinación fijado a 15,3°, sino que se trata de un conjunto de valores alrededor de este, por lo cual se favorece la transmisión en una banda de frecuencias. Tercero, la placa genera un plano de interfaz que divide el espacio en tres medios, aire-material-aire, por lo cual se presenta un fenómeno de refracción que permite la creación de ondas parciales al interior de la muestra (longitudinales y transversales), las cuales se superponen para generar ondas de Lamb, cuya interacción con el aire produce ondas de fuga que son medidas por el TAA receptor. La dispersión al interior de la muestra es la razón fundamental de que en la figura 3.2(b) no se vea el comportamiento lineal entre la frecuencia y el tiempo que se observa en la figura 3.2(a).

En la sección 2.1 se mencionó que cada frecuencia tiene asociado un ángulo crítico, donde la transmisión de energía a la placa es máxima. Para comprobar esto, en la figura 3.3(a) se ha graficado la energía máxima recibida como una función del ángulo de incidencia para diferentes frecuencias de propagación. Se puede observar que a medida que la frecuencia aumenta el ángulo crítico disminuye. En la figura 3.3(b) se muestran algunos cortes verticales realizados al plano de la figura 3.3(a). Cada corte vertical se ha normalizado respecto a sí mismo. Estas curvas muestran de una forma más directa el máximo en transmisión como una función de la frecuencia y del ángulo crítico. Si este procedimiento se realiza sobre todo

[1] A este tipo de señales se le conoce como *chirp*, y esta en particular, como *chirp lineal*.



(a) Dependencia entre el ángulo de incidencia y la frecuencia de la onda de Lamb transmitida



(b) Transmisión máxima en función del ángulo de incidencia para algunas frecuencias de la onda de Lamb

Figura 3.3: Relación entre la energía transmitida, el ángulo crítico, y la frecuencia de la onda de Lamb generada con el sistema completamente acústico.

el ancho de banda de los transductores, se obtiene la relación entre el ángulo crítico y la frecuencia como se muestra en la figura 3.4. Las curvas de dispersión resultan de aplicar la regla de coincidencia (ec. (1.91)) al par ordenado (θ_{cri}, f). Como se obseva en la figura 3.4, la curva de dispersión obtenida coincide con las predicciones teóricas dadas por las ecuaciones de Rayleigh-Lamb para el modo anti-simétrico (1.83).

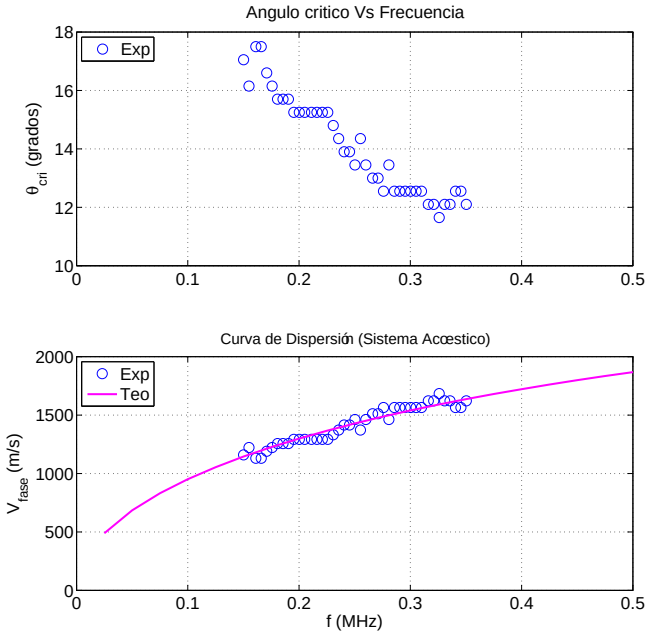


Figura 3.4: Curva de dispersión para un aluminio de espesor $1mm$ obtenida con un sistema completamente acústico. Arriba: Dependencia entre el ángulo y la frecuencia. Abajo: Curvas de dispersión experimental y teórica.

3.2. Generación y captura de ondas de Lamb utilizando un sistema completamente óptico

En la figura 3.5 se muestra el montaje del sistema completamente óptico. La placa se ha ubicado sobre un soporte fijo mientras que el láser pulsado se ha montado sobre una unidad de posicionamiento XY. Esta configuración permite medir la propagación de la

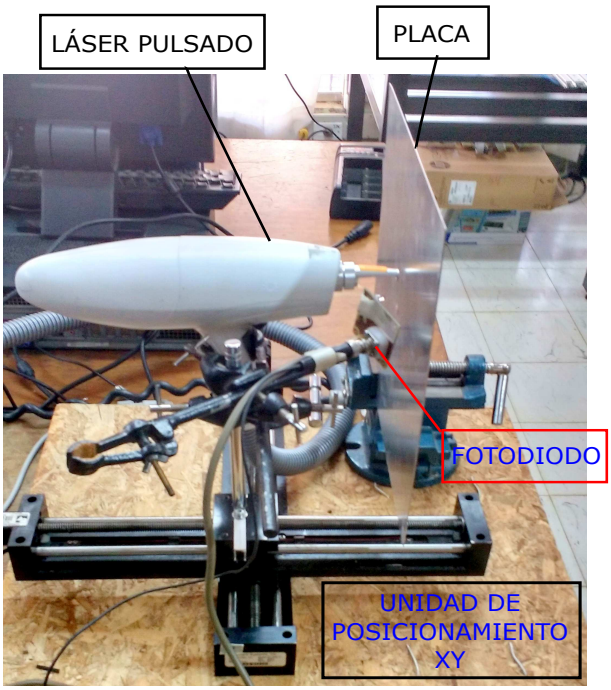


Figura 3.5: Montaje del sistema completamente óptico utilizado para inducir ondas de Lamb.

onda en varios puntos de observación, y de esa manera determinar si hay dispersión en el trayecto evaluado. En este caso se ha decidido mover la fuente debido a que el pulso láser genera una pequeña ablación en la muestra, haciendo que después del primer disparo la respuesta del material al haz incidente cambie. Sin embargo, esta configuración resulta equivalente a mantener fija la fuente de excitación y medir sobre diferentes puntos de observación.

El láser pulsado emite un haz con longitud de onda igual a $532nm$, el cual impacta sobre la placa e induce la onda que se propaga. Como se requiere que haya una señal de disparo (*trigger*) que permita la sincronización entre la emisión del pulso láser y la medición de la onda Lamb en la placa, se ha utilizado un fotodiodo (ver figura 3.5) que se encarga de medir el destello de luz proveniente del haz incidente. De esta manera, se sincroniza la medición en cada punto de observación con la emisión del pulso láser. En recepción se utiliza un LDV ubicado al otro lado de la placa (ver figura 2.3), el cual permanece fijo, y permite medir la vibración de la muestra conforme la onda de Lamb viaja. La escala de sensibilidad del LDV fue ajustada a $10mm/s/V$ con una frecuencia de corte de $1MHz$. El barrido se ha realizado a lo largo de una línea de $20mm$ sobre la superficie de la placa, a pasos de $0{,}25mm$.

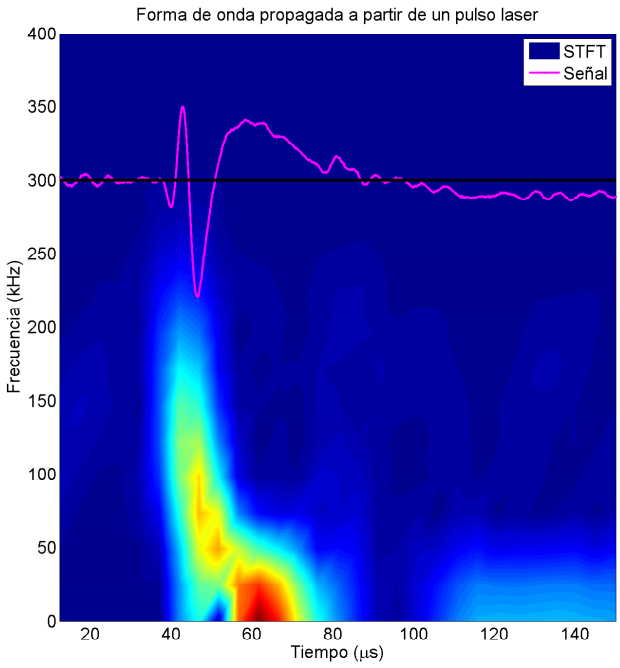


Figura 3.6: Onda de Lamb generada con un pulso láser. La forma de onda temporal ha sido escalada para una mejor visualización.

En la figura 3.6 se muestra una forma de onda medida sobre la muestra, en la cual también se ha incluido el contenido frecuencial. En esta gráfica se puede observar que el pulso se hace más ancho a medida que pasa el tiempo, esto es, presenta un decaimiento en la frecuencia con el tiempo. Esto es un reflejo de dispersión, puesto que las componentes con frecuencias más altas llegan primero que aquellas que presentan las frecuencias más bajas, de allí el alargamiento de la señal temporal.

La forma de onda mostrada en la figura 3.6 difiere de la que fue medida con el sistema completamente acústico (figura 3.2(b)). Esto se debe a que la naturaleza de generación de las ondas es diferente. Cuando se usan los TAAs las ondas que se pueden inducir caen dentro del ancho de banda de los TAAs y tienden a seguir la misma forma de onda de la vibración generada por el TAA emisor en el aire. En el caso de la generación utilizando un pulso láser, cuando este incide sobre la placa genera una expansión térmica repentina. Esto simula un

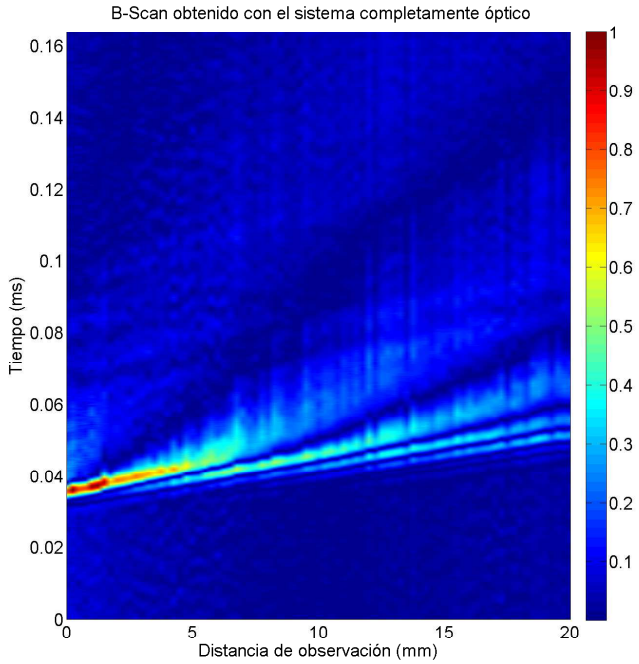
"impulso" sobre la muestra cuyo disturbio se propaga a través de la placa a frecuencias que se encuentran relacionadas con el ancho del pulso láser.

En la figura 3.7(a) se muestra un B-Scan de la onda propagada, donde se puede observar el comportamiento temporal de las partículas ubicadas en cada punto de observación. En total dicha gráfica condensa la información de 80 puntos de observación. Entre más alejado esté el punto de observación del punto de incidencia del láser pulsado, el efecto de ensanchamiento visto en la figura 3.6 se hace más notorio, tal como se puede apreciar en la figura 3.7(a). Esto indica que la velocidad de fase depende de la frecuencia, haciendo que la diferencia en el tiempo de vuelo de cada onda sea más apreciable con una mayor distancia recorrida.

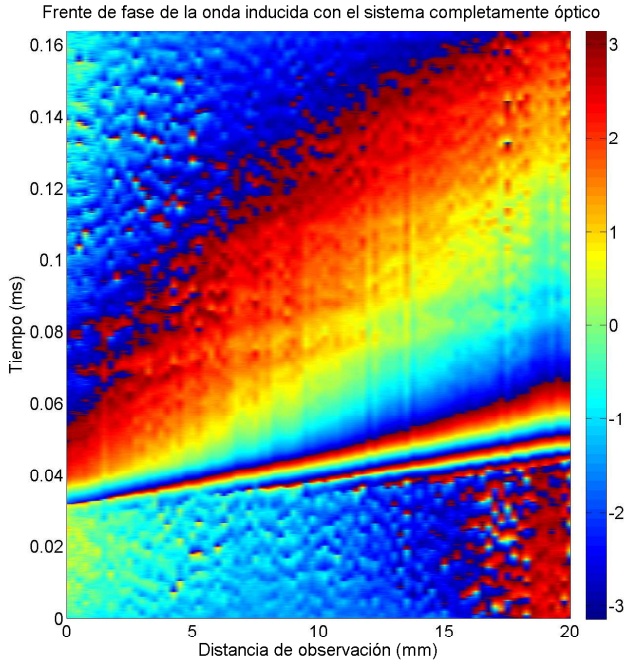
Este efecto se puede analizar con mayor profundidad observando la figura 3.7(b) que contiene los frentes de fase del B-Scan. En esta gráfica el mismo color indica que se trata del mismo frente de fase, y la pendiente del frente de fase es el inverso de la velocidad de fase de dicho frente[2]. Debido a la dispersión las curvas de fase constante en un mismo punto de observación presentan diferentes inclinaciones en diferentes tiempos. A su vez, las curvas de fase constante en diferentes puntos de observación, observadas al mismo tiempo, presentan igualmente inclinaciones diferentes. Además, si se hace seguimiento a un mismo frente de fase se observa que la pendiente cambia a medida que se recorre la curva, indicando así que existen diferentes velocidades de fase.

Finalmente, para confirmar que la técnica completamente óptica provee información similar a la obtenida por el método acústico, se obtienen las curvas de dispersión para el aluminio. En la figura 3.8 se muestra el gráfico de dispersión que relaciona la frecuencia con el número de onda, obtenido al aplicar la 2D-FFT al B-Scan de la figura 3.7. La zona brillante es la relación de dispersión, que indica que solamente se propaga un único modo de Lamb, en este caso, el modo A_0. La información dada por la zona brillante de la figura 3.8, es extraida y graficada simultáneamente con la predicción teórica dada por las ecuaciones de

[2]Estrictamente hablando, la pendiente es el valor de *slowness* del frente de fase, el cual matemáticamente se define como $m = \frac{1}{V}$, donde V es la velocidad de fase.



(a) B-Scan obtenido al medir la onda de Lamb que viaja en el aluminio



(b) Frente de fase obtenido al medir la onda de Lamb que viaja en el aluminio

Figura 3.7: Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb inducida con el sistema completamente óptico.

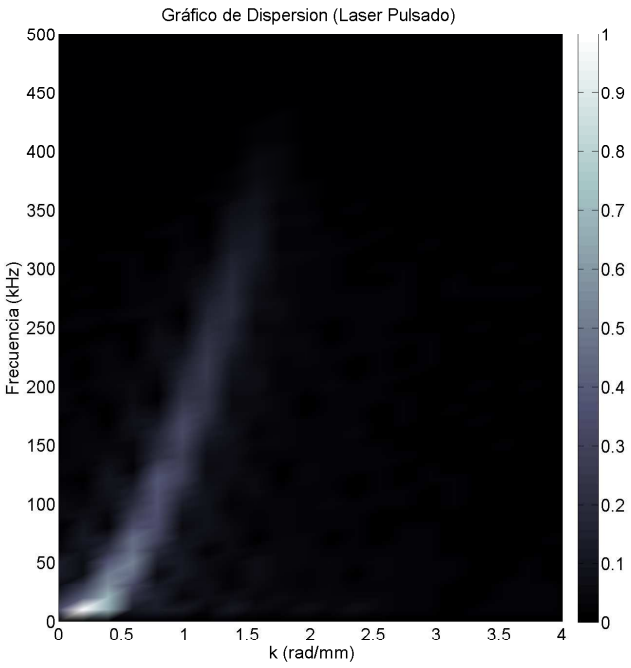


Figura 3.8: Gráfico de dispersión para un aluminio de espesor $1mm$ obtenido con el sistema completamente óptico.

Rayleigh-Lamb para el modo A_0, como se muestra en la figura 3.9. A partir de estos resultados se comprueba que ambas técnicas brindan información comparable, con la diferencia de que la técnica óptica permite obtener un ancho de banda más continuo en la banda de $10kHz$ - $350kHz$.

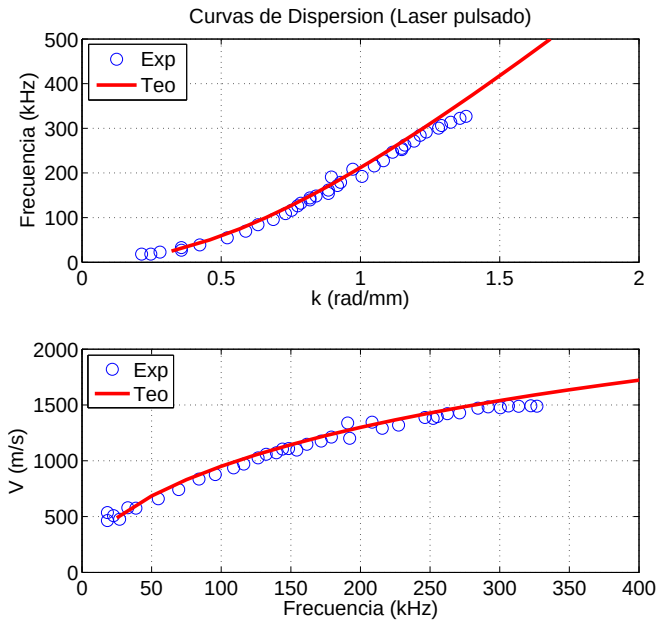


Figura 3.9: Curva de dispersión para un aluminio de espesor $1mm$ obtenida con el sistema completamente óptico.

3.3. Generación y captura de ondas de Lamb utilizando un sistema híbrido TAA-LDV

En las secciones 3.1 y 3.2 se mostró la viabilidad de realizar análisis de la propagación de ondas de Lamb a partir de sistemas completamente acústicos y ópticos. El primero permite inducir ondas de Lamb sin daño, pero con la desventaja de que la recepción requiere de un ajuste cuidadoso del ángulo de recepción, haciendo que el sistema sea grande y ocupe demasiado espacio, además, las mediciones realizadas no permiten puntos de observación finos, debido a que el área capturada depende de la directividad del TAA receptor. El segundo sistema permite realizar mediciones finas, obteniendo muy buenas resoluciones espaciales, sin embargo, cuenta con la desventaja de que el mecanismo de generación causa daño en el material, lo cual hace que no sea un sistema que se pueda utilizar en aplicaciones no destructivas. Por esta razón se ha propuesto combinar ambos sistemas, para crear un sistema híbrido donde se aprovechen las ventajas de generación de los TAAs con las ventajas de recepción del LDV.

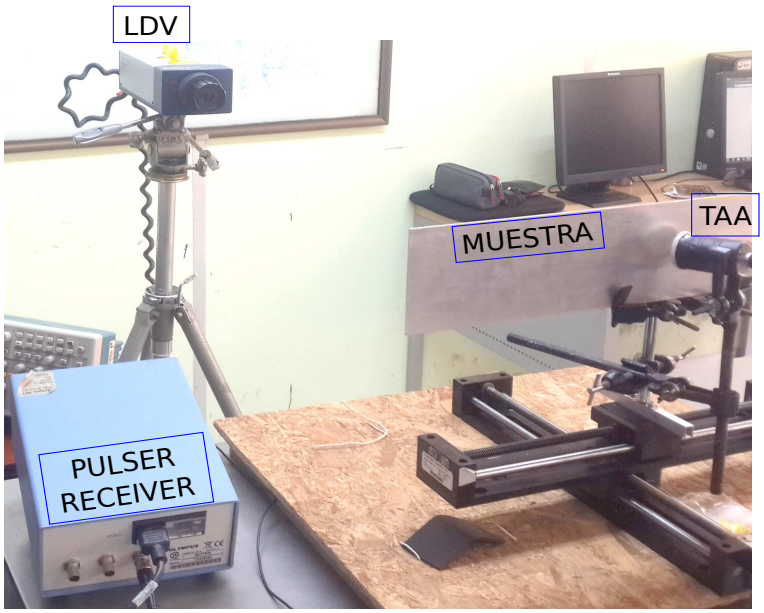


Figura 3.10: Montaje del sistema híbrido utilizado para inducir y medir ondas de Lamb.

En la figura 3.10 se muestra el montaje del sistema híbrido. La placa se ha ubicado verticalmente con el objetivo de incidir por un lado con un TAA y por el otro con el LDV. Tanto la placa como el TAA emisor se han fijado solidariamente al carro de la unidad de desplazamiento ubicada encima de una mesa antivibratoria, mientras que el LDV se ha montado sobre un tripode frente a la placa. El TAA utilizado es un transductor centrado en $0{,}75MHz$, con ancho de banda entre $0{,}40MHz$ y $1MHz$, excitado con un pulser-receiver a $-300V_p$. El LDV en recepción se ha configurado con una sensibilidad de $20mm/s/V$ con frecuencia de corte en $1MHz$.

En la figura 3.11 se muestra una forma de onda capturada en uno de los puntos de observación. En la gráfica se han marcado tres etiquetas, que simbolizan el viaje de la onda a través del punto de observación seleccionado (ver figura 3.12). La marca 1 corresponde a la onda inducida por el TAA que viaja por el "camino directo" desde la fuente hacia el punto de medición. El eco de la marca 2 corresponde a la onda reflejada en el borde de la muestra, una vez ha pasado por el punto de observación, y en su regreso ha vuelto a ser detectada por el LDV. La etiqueta número 3 está relacionada con la onda que se re-

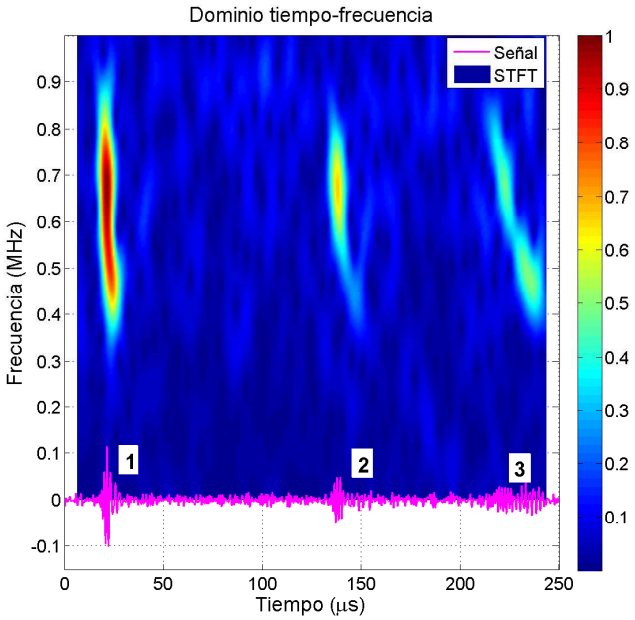


Figura 3.11: Onda de Lamb generada con un TAA. La forma de ondad temporal ha sido escalada para una mejor visualización.

fleja en el borde ubicado en dirección contraria a donde se encuentra el punto de observación.

En la figura 3.11 se muestra como varía el contenido de energía de la señal en función del tiempo y de la frecuencia. Para la señal en el camino directo (trazo 1), la caída de la frecuencia con el tiempo es muy rápida, pero para el primer eco (trazo 2) dicha caída ya no es tan pronunciada. Finalmente, para el segundo eco (trazo 3), el alargamiento de la forma de onda temporal se puede diferenciar con claridad, mostrando que existe una diferencia considerable de tiempo de vuelo para cada componente de frecuencia de la señal. De nuevo se observa que entre mayor sea el camino que recorre la onda, más notable se hace el efecto dispersivo.

Se han realizado mediciones sobre una línea de 170mm de longitud, a pasos de 0,5mm, y estos datos han sido graficados en el B-Scan de la figura 3.13. Esta gráfica permite observar la onda que viaja en el camino directo y las reflexiones con los bordes. Si se recorre cada uno de los trazos del B-Scan se puede comprobar la presencia de la dispersión, debido a que

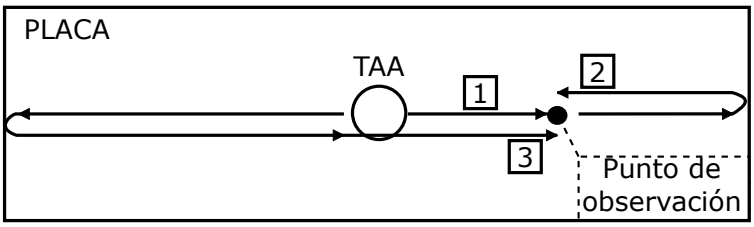


Figura 3.12: Direcciones de propagación del frente de onda generado. TAA indica el área de la placa que es irradiada con energía acústica.

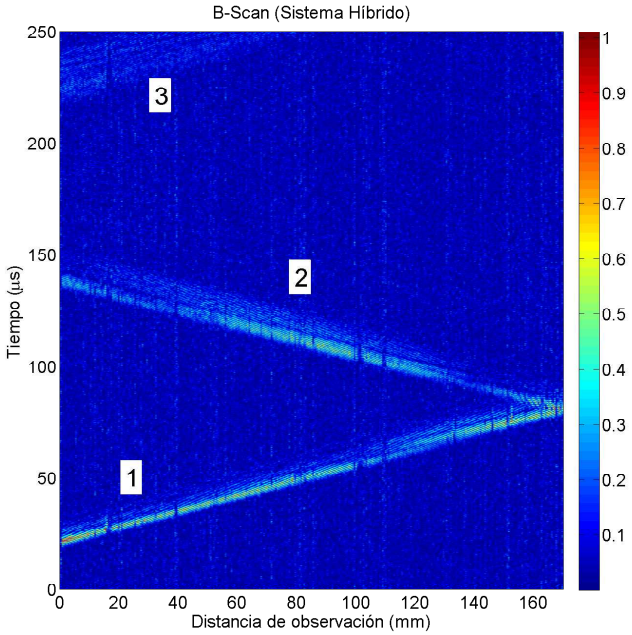


Figura 3.13: B-Scan medida sobre una línea en la superficie de la placa.

entre más distancia recorre la onda el espesor del trazo es mayor, esto es, el alargamiento de la forma de onda se hace más evidente, especialmente en el trazo 3. Esto se puede corroborar al analizar el plano de frentes de fase en la figura 3.14. El punto de observación localizado en la posición $170mm$ está muy cerca del borde, por lo que dicha distancia es un punto de encuentro entre el trazo 1 (onda viajando en el camino directo) y el trazo 2 (primer eco reflejado en la frontera). Cabe resaltar que los trazos 1 y 2 tienen pendiente de signo contrario puesto que el sentido de propagación es en opuesto. También, debido a que las pendientes de ambos trazos es igual, la onda no sufre cambio de modo cuando llega al borde.

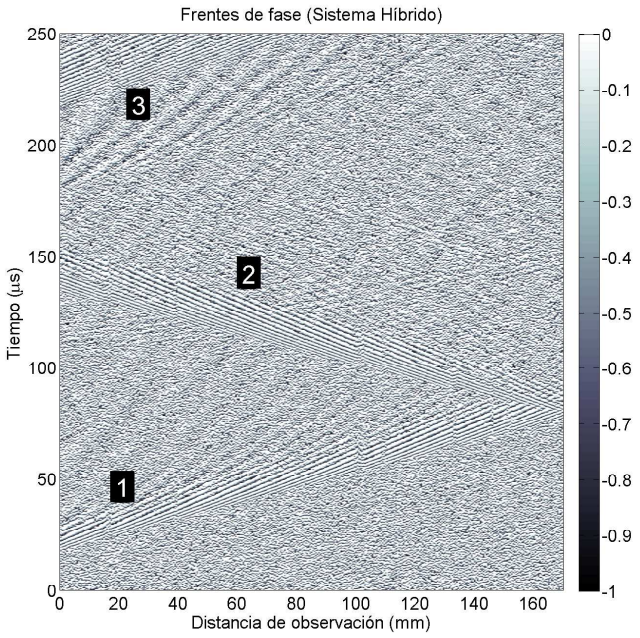
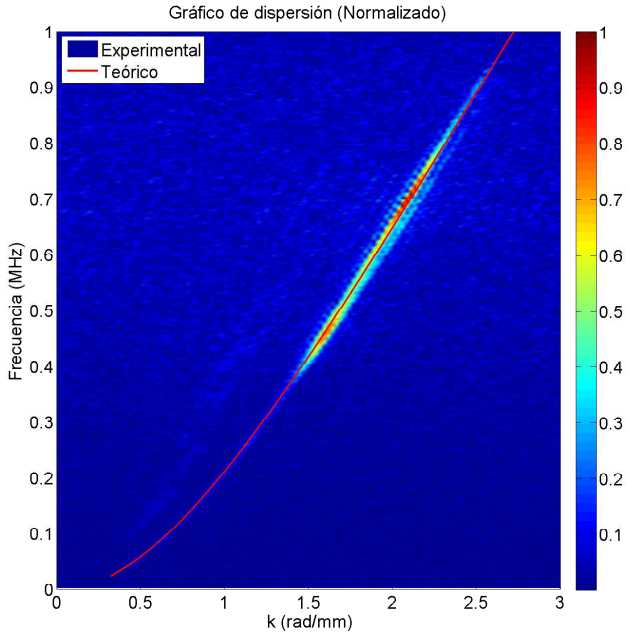


Figura 3.14: Frente de fase del B-Scan obtenido con el sistema híbrido.

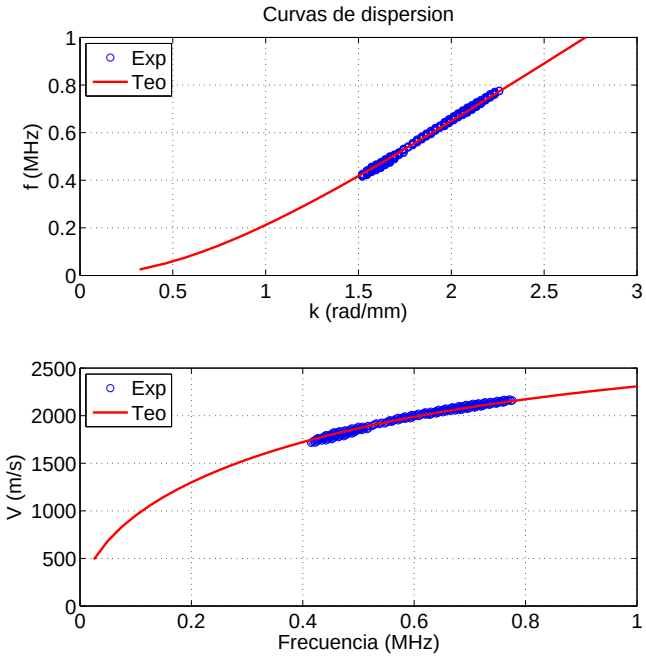
Al aplicar la 2D-FFT se obtiene el gráfico de dispersión para el conjunto de datos capturados con el sistema híbrido. En la figura 3.15 se muestra que el modo de Lamb que se propaga es el A_0, junto con la predicción teórica dada por las ecuaciones de Rayleigh-Lamb (línea continua). Nuevamente se comprueba que los resultados obtenidos con este sistema son equivalentes con los encontrados utilizando los sistemas completamente acústico y óptico.

Una ventaja adicional del sistema híbrido implementado es que los puntos de observación se pueden seleccionar con total libertad, sin realizar cambios sustanciales en el montaje experimental. La única modificación del montaje es el desplazamineto del LDV para medir por ambos lados de la muestra. Aprovechando esto, se ha reconstruido de forma experimental el modo de Lamb de la onda que viaja por la placa, y se han graficado seis instantes de tiempo en la figura 3.16. En la figura 3.16 los tiempos $75\mu s$, $100\mu s$, y $125\mu s$, muestran el viaje de la onda en su camino directo (trazo 1); los tiempos $150\mu s$, $175\mu s$, y $200\mu s$, muestran el viaje del eco reflejado desde el borde de la muestra (trazo 2).

A partir de este resultado se puede concluir lo siguiente:



(a) Gráfico de dispersión



(b) Curvas de dispersión

Figura 3.15: Relaciones de dispersión para un aluminio de espesor $1mm$ obtenidas con el sistema híbrido.

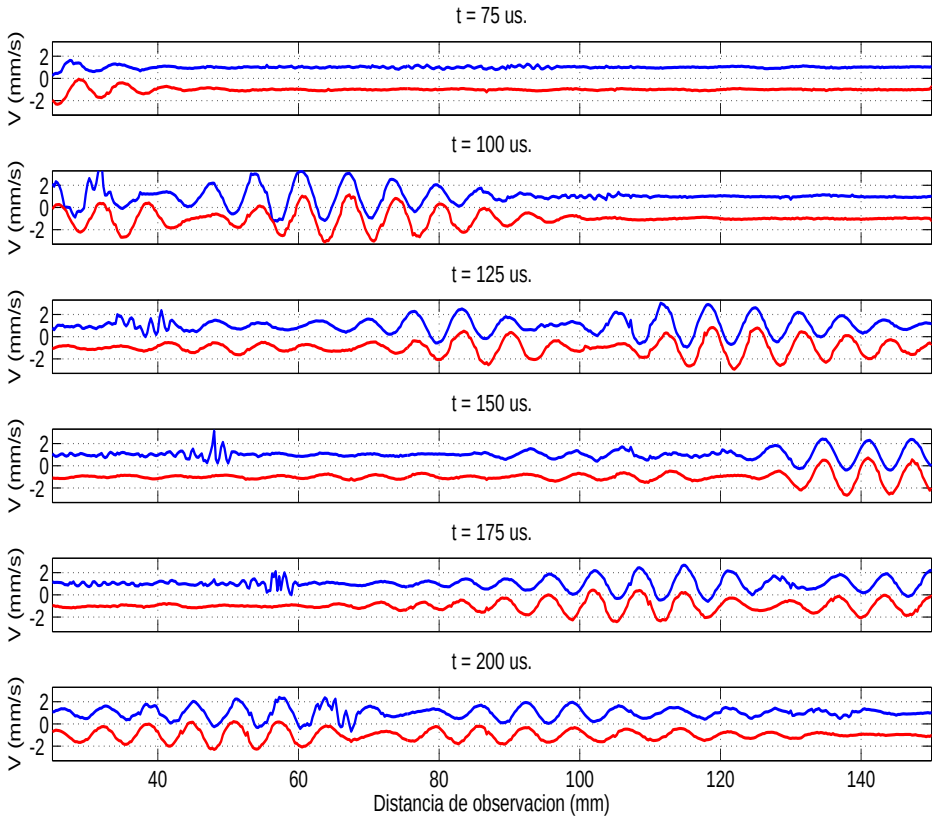


Figura 3.16: Propagación del modo A_0 de Lamb. La medición fue realizada por ambas caras de la placa. Azul: Cara superior. Rojo: Cara inferior.

- La onda que se propaga es una onda de Lamb, la cual viaja como una onda guiada entre las superficies de la placa, y como consecuencia deforma el espesor de la muestra.

- El modo de onda que viaja es el modo A_0, debido a que las deformaciones son antisimétricas respecto del plano medio de la muestra.

- No existe conversión de modo cuando la onda se refleja en el borde de la muestra, debido a que el modo A_0 que se está propagando se conserva tanto en su camino de ida (trayectoria 1 en la figura 3.14), como en su camino de regreso (trayectoria 2 en la figura 3.14).

Capítulo 4

Ondas de Lamb en materiales compuestos. Casos de estudio y detección de daños.

En el capítulo 3 se presentaron tres implementaciones que permiten inducir y medir ondas de Lamb en materiales tipo placa, y se pudo observar que el sistema híbrido TAA-LDV brinda una alternativa versátil para realizar inspecciones. En este capítulo se utiliza esta aproximación para estudiar placas compuestas, fabricadas a partir de diversos materiales, cuya sencillez dista de la que se puede encontrar en el aluminio. Se inicia con el estudio de una placa bi-capa, construida a partir de aluminio y acero, luego se estudian dos placas compuestas construidas a partir de fibra de carbono y fibra de vidrio. En estos casos se emplea la configuración TAA-LDV en transmisión. Posteriormente, se propone la inspección utilizando una configuración en pitch catch y un barrido en 2D sobre una placa de fibra de vidrio, donde se puede notar el potencial de estas aproximaciones para inspecciones en línea. Finalmente, se evalua la posibilidad de detectar delaminaciones con ondas de Lamb en un cilindro fabricado a partir de aluminio y fibra de carbono. En los casos donde se require fijar la muestra, los soportes se han cubierto con etil-vinil-acetato (nombre común “foamy”), de tal manera que no se presenten fronteras en los puntos de apoyo donde la onda se pueda reflejar.

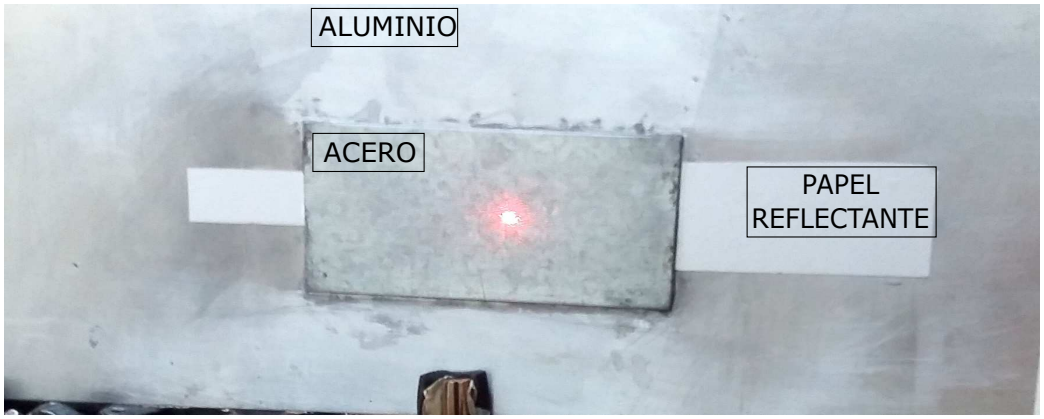


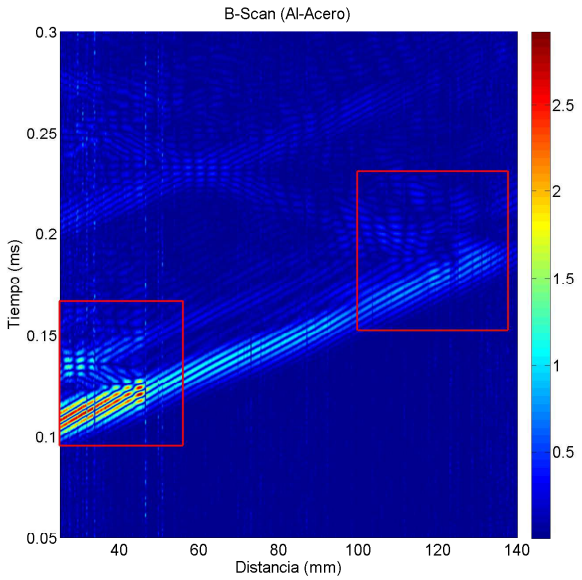
Figura 4.1: Placa compuesta Aluminio-Acero.

4.1. Estructura compuesta aluminio-acero

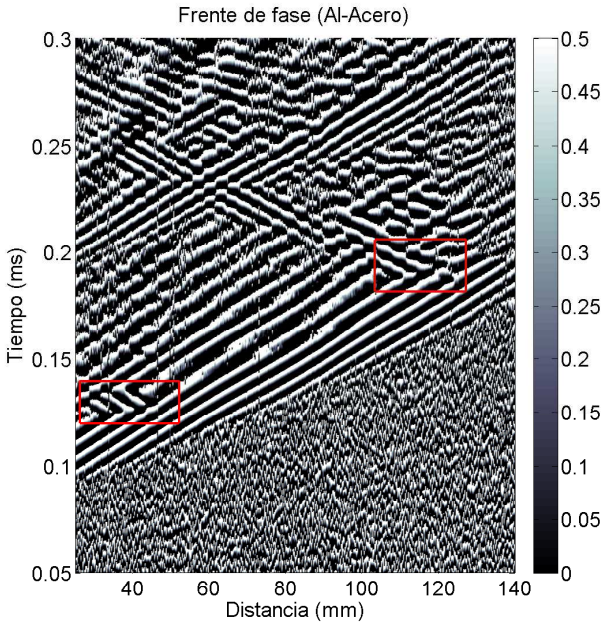
Para estudiar qué efectos produce un cambio de material en la propagación de una onda de Lamb, se han adherido dos placas de diferente material (Acero-Aluminio[1]) como se muestra en la figura 4.1. La cinta marcada como "papel reflectante" tiene la función de aumentar la amplitud de la reflexión del haz láser utilizado por el LDV, y de esta manera aumentar la relación señal a ruido de la mediciones. En la superficie del acero no fue necesario utilizar cinta reflectante debido a que el haz láser se refleja muy bien en dicha zona. El punto rojo es el "spot" del haz del LDV.

En la figura 4.2(a) se muestra un B-Scan realizado a la estructura de la figura 4.1, sobre una línea de longitud $115mm$, a pasos de $0{,}25mm$. Para tener una imagen completa de los que sucede con la onda a medida que viaja por la estructura, los puntos de observación se han ubicado tanto en el aluminio (sobre la cinta reflectante, antes y después del acero), como en la superficie del acero. Para inducir la onda de Lamb se ha ubicado el TAA con frecuencia central en $0{,}25MHz$, en el lado opuesto a la cara de la figura 4.1, sobre la región donde solo hay aluminio y se ha ajustado el ángulo crítico respectivo. Con esto se logra que la onda se induzca inicialmente en el aluminio y que se propague hasta que se encuentra con la interfaz aluminio-acero. En esta frontera, dado el acople entre el aluminio y el acero,

[1]Para esto se utilizó un adhesivo comercial, Adhesivo instantáneo , Loctite Super Bonder Precision $5g$, Henkel, USA.



(a) B-Scan de una estructura compuesta Al-Acero



(b) Frentes de fase del B-Scan en la estructura compuesta Al-Acero

Figura 4.2: Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la estructura compuesta Al-Acero. La medición es realizada por el lado donde la unión Al-Acero es visible.

se induce una onda sobre el acero que se propaga hasta que se encuentra con la siguiente frontera aluminio-acero[2]. En la segunda frontera aluminio-acero la onda que viaja por el acero se superpone con la que viaja por el aluminio, dejando una única onda que permanece de allí en adelante, en este caso, sobre el aluminio.

Los rectángulos rojos en la figura 4.2 muestran los sectores donde se percibe el cambio de material, determinados por las reflexiones que ocurren en la frontera. Un análisis de la amplitud muestra que la onda presenta una pérdida importante de energía cuando se encuentra con un cambio de material. El cambio más notorio se da en el viaje inicial, al encontrarse con la primera interfaz aluminio-acero, donde la amplitud de la onda que se propaga es mayor que en el resto de la trayectoria, y fácilmente se puede ver la frontera creada por la placa de acero. Sin embargo, si se observa la segunda reflexión en la siguiente frontera aluminio-acero (segundo cuadro rojo en la figura 4.2(a)) la amplitud de las ondas no permite una distinción clara de las reflexiones que ocurren, y por ende, es díficil determinar si existe un cambio en dicha zona basandose solamente en el B-Scan. Para resaltar lo que sucede en la segunda frontera aluminio-acero se grafican los frentes de fase como se muestra en la figura 4.2(b). En este caso, las reflexiones se hacen más notorias, y se puede apreciar de forma más clara la presencia de la segunda interfaz (segundo rectángulo), dando certeza a la información obtenida inicialmente con el B-Scan.

Vale la pena aclarar que el B-Scan y el plano de frentes de fase no se excluyen entre sí, más bien son complementarios, y dan información útil acerca del medio en el cual se está propagando la onda. Por una parte, la visualización simultánea de ambos planos permite observar fronteras, la cuales pueden asociarse a cambios de material o de la geometría de la estructura, reduciendo la incertidumbre en los resultados, a la vez que ofrece información sobre la ubicación exacta de dichas fronteras. Por otra parte, observar las amplitudes en el B-Scan permite obtener información acerca de la rigidez del medio, por lo que un cambio

[2]Es posible que también sea inducida una onda de interfaz conocida como onda de Stoneley, que se propaga en la frontera aluminio-acero dado que el factor V_{Tal}/V_{Tacero} tiende a uno, como se reporta en [2]. No obstante, el estudio de este tipo de onda no es de interés en el presente trabajo.

Tabla 4.1: Valores típicos de velocidad para el aluminio y el acero.

Material	V_L (m/s)	V_T (m/s)
Aluminio	6320	3070
Acero	5820	3190

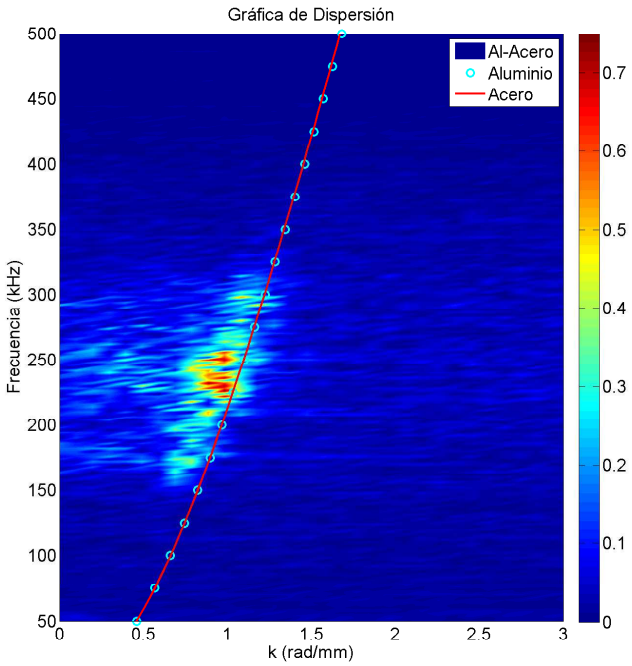
en sus amplitudes también puede ser un indicador de cambios en el tipo de material.

La curva de dispersión se puede utilizar como un indicador de cambio en el sistema, tal como se muestra en la figura 4.3. La figura 4.3(a) es el resultado de aplicar la 2D-FFT al B-Scan de la figura 4.2(a). La línea punteada y la continua corresponden a los valores teóricos obtenidos con las ecuaciones de Lamb-Rayleigh para el aluminio y el acero, respectivamente. En la tabla 4.1 se muestran los valores de velocidad que fueron utilizados para alimentar el código que simula las curvas de dispersión para estos materiales.

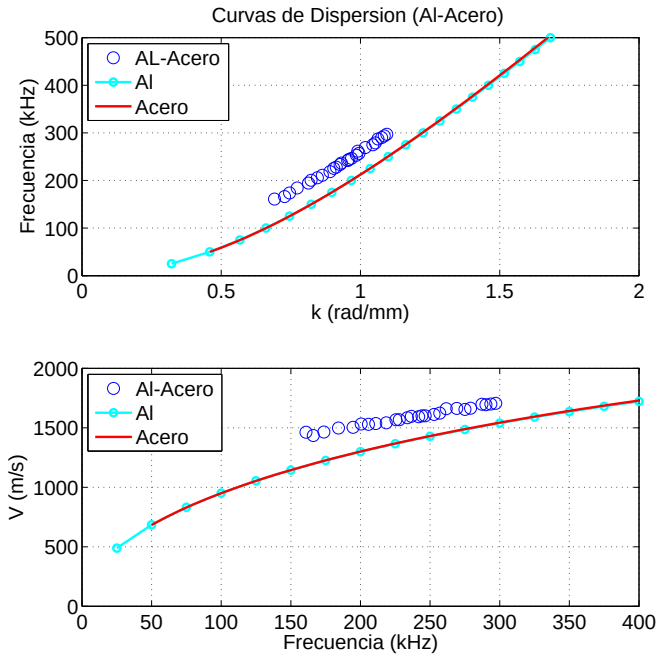
En la figura 4.3(a) se observa que las curvas teóricas para el aluminio y el acero se parecen, y a la vez difieren de la curva reconstruida experimentalmente para el elemento bi-capa. Como las curvas de dispersión son una huella característica de la muestra estudiada, un cambio en ellas significa que las propiedades materiales o geométricas han cambiado. La figura 4.3(b) muestra que ambas cosas suceden puesto que se trata de un material de dos capas (materiales diferentes) y se trata un material cuyo espesor cambia. Como lo muestra esta gráfica, la onda de Lamb en el material bi-capa presenta una velocidad mayor en comparación con la obtenida para el aluminio y el acero por separado.

Análisis de la placa Al-Acero midiendo por el lado plano de la placa

Hasta el momento el análisis de la onda de Lamb propagada en la placa bi-capa se ha concentrado en la interpretación de las mediciones realizadas por el mismo lado donde son visibles ambos materiales (ver figura 4.1). En este apartado se realiza el análisis cuando la placa es observada por el lado plano de la placa, es decir, por el lado donde la unión al-acero no es visible. En este caso se intercambia la ubicación del TAA y del LDV.

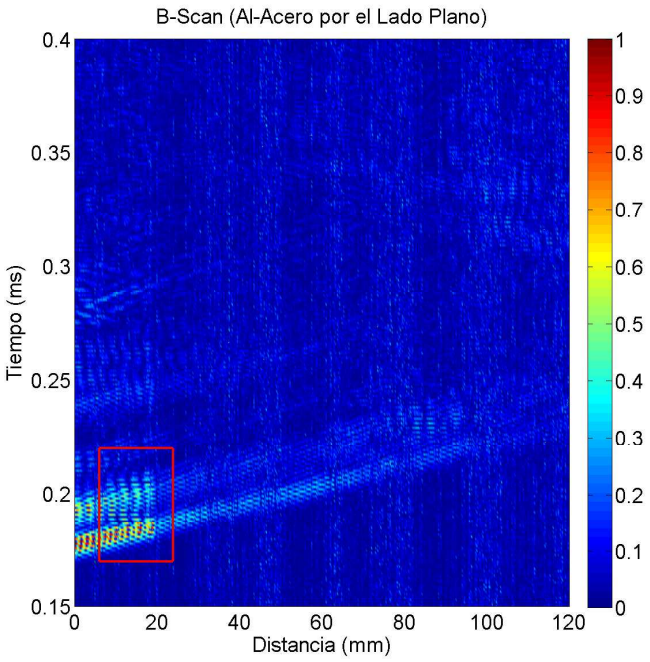


(a) Gráfico de dispersión obtenido para la estructura compuesta Al-Acero

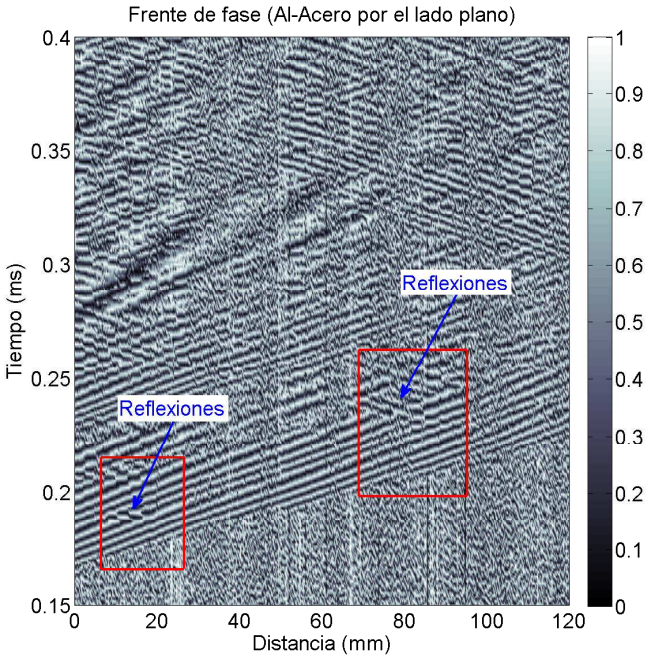


(b) Curvas de dispersión obtenidas para la estructura compuesta Al-Acero

Figura 4.3: Relaciones de dispersión obtenidas para la estructura Aluminio-Acero. La medición es realizada por el lado donde la unión Al-Acero es visible.



(a) B-Scan de una estructura compuesta Al-Acero visto por el lado plano de la muestra

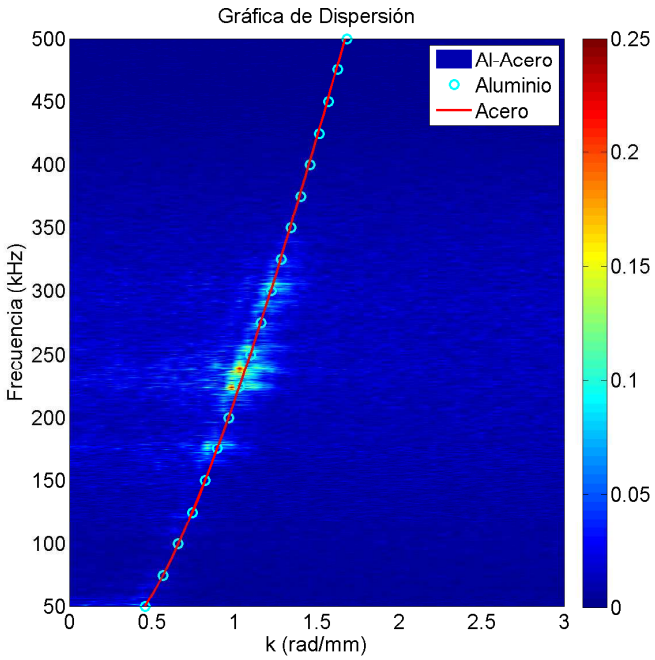


(b) Frentes de fase del B-Scan en la estructura compuesta Al-Acero vistos por el lado plano de la muestra

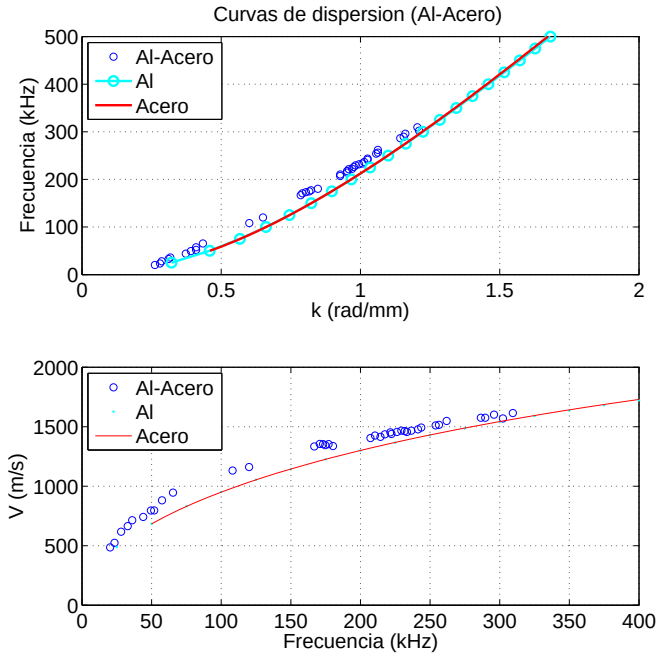
Figura 4.4: Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la estructura compuesta Al-Acero. La medición es realizada por el lado plano de la muestra.

En la figura 4.4(a) se muestra el B-Scan realizado por el lado plano de la muestra. El cuadro rojo resalta la zona donde las ondas de Lamb son reflejadas al encontrarse con la primera frontera Al-Acero. Como se muestra en la gráfica, la amplitud de la onda de Lamb disminuye notablemente cuando se encuentra con la frontera. Sin embargo, este gráfico no permite observar la segunda frontera, puesto que la disminución de amplitud o las reflexiones en dicha zona no se pueden apreciar con precisión a partir de la información obtenida. Un análisis detallado de los frentes de fase permite resolver esta dificultad (ver figura 4.4(b)), puesto que permiten observar ambas reflexiones, tanto el primera como en la segunda frontera.

Finalmente, en la figura 4.5(a) se muestra el gráfico de dispersión obtenido de esta prueba, junto con las curvas de referencia para el aluminio y el acero. Tal como se observa, la relación de dispersión presenta un corrimiento a la izquierda con respecto de lo esperado para el aluminio y el acero por sí solos. Esto coincide con lo que se obtuvo en la figura 4.3(a). La diferencia mencionada se puede apreciar mejor con la figura 4.5(b), en la cual se han extraído los puntos de mayor amplitud de la relación de dispersión, y partir de estos se ha calculado la velocidad de fase de la onda de Lamb. Se observa que al igual que con la figura 4.3(b) se obtiene que la velocidad de fase de la placa bi-capa es mayor que la velocidad de fase para cada material. Con estos resultados, se puede apreciar el potencial de las ondas de Lamb para detectar defectos o discontinuidades, aun cuando dichas anomalías no sean visibles por el lado donde se realiza la inspección.



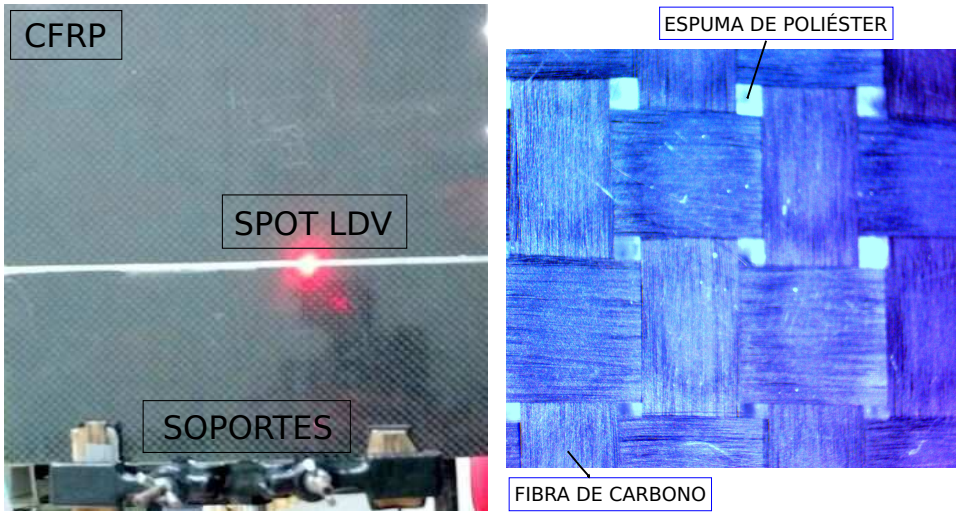
(a) Gráfico de dispersión obtenido para la estructura compuesta Al-Acero



(b) Curvas de dispersión obtenidas para la estructura compuesta Al-Acero

Figura 4.5: Relaciones de dispersión obtenidas para la estructura Aluminio-Acero. La medición es realizada por el lado plano de la muestra.

4.2. Placa fabricada a partir de CFRP (Polimero reforzado con fibra de carbono)

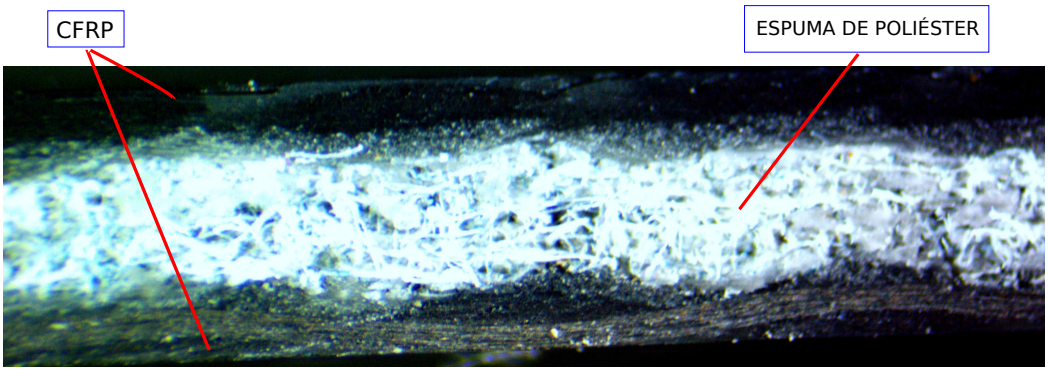


(a) CFRP de referencia (b) Tejido del compuesto

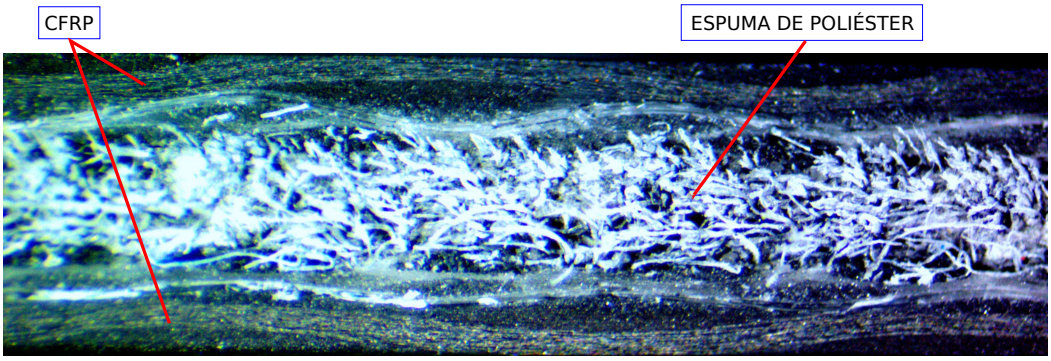
Figura 4.6: Placa construida a partir de fibras de carbono.

En la figura 4.6(a) se muestra la forma como fue ubicada la placa compuesta fabricada a partir de fibras de carbono. La línea plateada horizontal es tinta reflectante que ayuda a aumentar la reflexión del láser, mejorando la relación señal a ruido de las mediciones. La muestra tiene dimensiones de 220mm x 210mm x 1,85mm, y fue diseñada por capas donde se tejen alternadamente fibras de carbono apoyadas sobre una base de espuma de poliéster (ver figura 4.6(b)). El número de capas se muestra en los cortes transversales de la figura 4.7. Se puede considerar que la placa está compuesta, principalmente, por tres capas: las dos externas que corresponden al tejido de fibras de carbono, y la central de espuma de poliéster.

El análisis de esta muestra se ha desarrollado en tres etapas: 1) placa sin daños (referencia), 2) placa con agujero pasante, y 3) placa con muesca. A partir de estas pruebas se muestra la sensibilidad de las ondas para encontrar defectos en una placa de CFRP.



(a) Corte horizontal



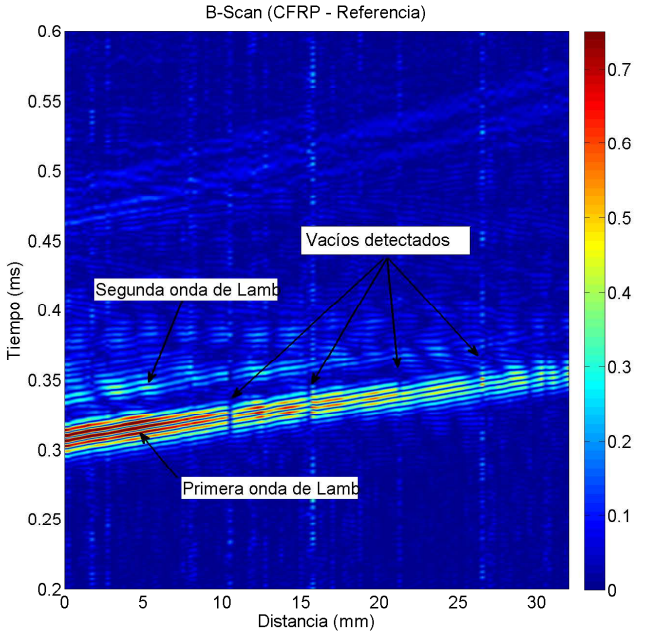
(b) Corte vertical

Figura 4.7: Cortes transversales de la placa construida a partir de fibra de carbono.

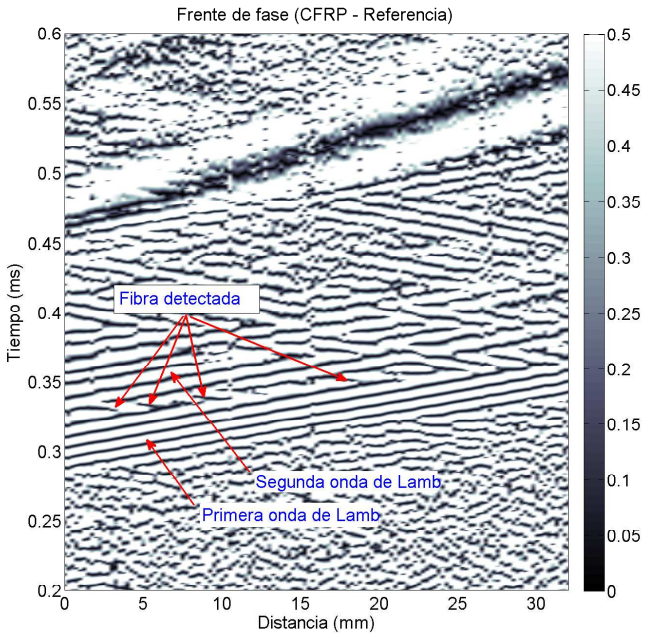
4.2.1. Análisis en placa de CFRP de referencia

Para inducir la onda sobre la placa de CFRP se ha utilizado un TAA con frecuencia central de operación en 0,25MHz. La medición fue realizada utilizando un LDV ubicado al frente de la muestra tal como se observa en la figura 4.6(a). La inspección cubre una longitud total de 32mm, realizada a pasos de 0,25mm.

El B-Scan mostrado en la figura 4.8(a) muestra la generación de dos ondas de Lamb, rotuladas como primera y segunda onda de Lamb. Entre ellas no existe superposición dado que se generan en tiempos diferentes. La primera onda de Lamb es la onda principal generada por la incidencia del haz acústico sobre la muestra. La segunda onda de Lamb es el resultado de la reflexión de la primera onda en la superficie de la muestra, la cual pega sobre la cara del TAA y se regresa a la placa para incidir por segunda vez. Esto explica porque las características de propagación de la primera y segunda onda de Lamb son similares. Los



(a) B-Scan



(b) Frentes de fase

Figura 4.8: Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la placa fibra de carbono.

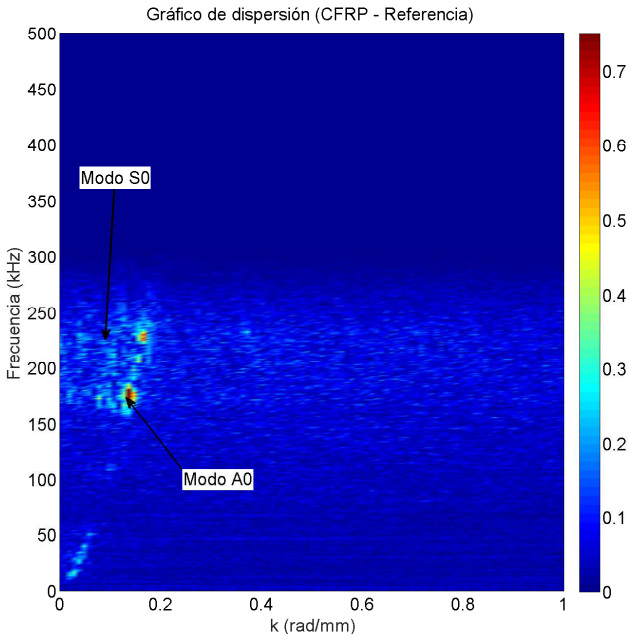


Figura 4.9: Gráfico de dispersión obtenido para la placa de fibra de carbono.

puntos marcados como "vacíos" son lugares donde el LDV encuentra huecos en la superficie de la placa.

El valor de 0,75 en la escala de colores, o 75 % respecto de la máxima amplitud, se ha seleccionado para dar realce al B-Scan (ver figura 4.8(a)). Se puede observar que la onda de Lamb se atenua muy rápido, pasando del 100 % al 25 % de amplitud en una distancia de $32mm$. Esto se debe, principalmente, a dos razones: 1) la espuma de poliéster ubicada en el centro de la placa, y 2) Los desplazamientos de partícula predominantemente fuera del plano (*out-of-plane*), los cuales irradian energía acústica al aire. A pesar del alto grado de atenuación, los frentes de fase graficados en la figura 4.8(b) muestran que la onda de Lamb permite detectar la ubicación de las fibras con las que se construye el tejido[3]. Debido a la segunda onda de Lamb solo se pueden observar algunas de las fibras, la mayor parte de las reflexiones provenientes de estas son ocultadas por la presencia de la segunda onda.

[3]Esto fue verificado midiendo el espesor de algunas de las fibras y comparándolo con la distancia entre las reflexiones. Se encontró que los resultados coinciden.

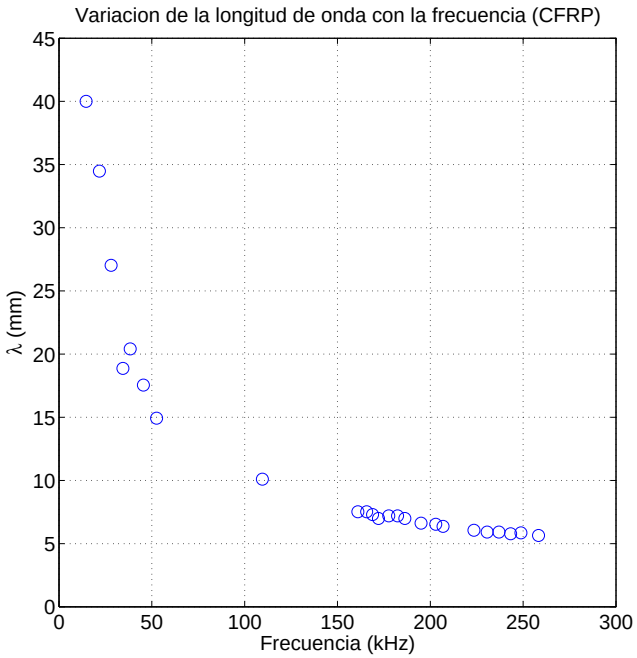


Figura 4.10: Variación de la longitud de onda con la frecuencia, para una onda de Lamb en placa de fibra de carbono.

Un análisis detallado del grafico de dispersión de la figura 4.9, muestra lo siguiente:

• Entre las frecuencias $150kHz$ y $280kHz$ se inducen ondas de Lamb, cuya fuente de excitación es la superficie activa del TAA, por esta razón las componentes de frecuencia de la energía acústica caen dentro del ancho de banda del TAA.

• Entre $10kHZ$ y $50kHz$ se inducen ondas de Lamb, cuya fuente son los modos radiales de la carcasa del transductor, activados por la vibración de las cerámicas piezoeléctricas del TAA.

El gráfico de dispersión en la figura 4.9 muestra que en la placa de CFRP se propagan los modos A_0 y S_0 de Lamb. sin embargo, las amplitudes logradas con el modo A_0 son mayores que las obtenidas con el S_0, lo que permite una mejor relación señal a ruido, haciendo del modo A_0 una herramienta ideal para la inspeccionar la muestra. La figura 4.10 muestra la variación de la longitud de onda en función de la frecuencia para la onda de Lamb generada. Esta gráfica permite estimar el tamaño del defecto que se puede detectar, que en la práctica se espera que sea al menos de media longitud de onda.

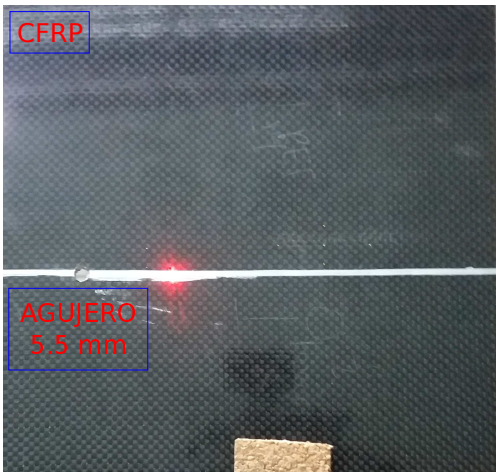


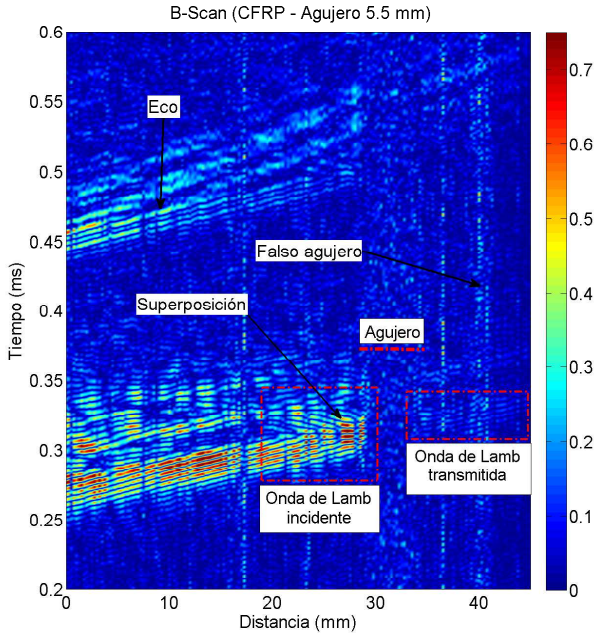
Figura 4.11: Placa de fibra de carbono con agujero pasante.

4.2.2. Análisis en placa de CFRP con agujero pasante

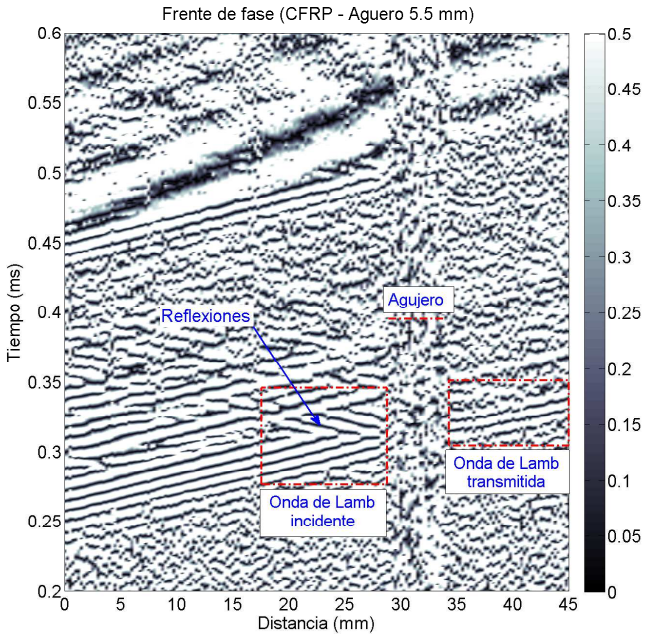
En la figura 4.11 se muestra la placa de CFRP en la cual se ha perforado un agujero pasante de 5,5mm de diametro. Para tener un panorama completo de lo que le sucede a la onda se realizó un escaneo sobre la placa, localizando puntos de observación antes, sobre, y después del agujero.

En la figura 4.12(a) se muestra un B-Scan realizado sobre una línea de 45mm de longitud, utilizando 181 puntos de observación. Se puede notar que el ruido es mucho más pronunciado en comparación con el B-Scan de la placa de referencia (figura 4.8). Más que a una condición de la placa esto se debe a la forma como se realizó la prueba, donde la relación señal a ruido de las mediciones no fue lo suficientemente buena. A pesar de esta condición se puede observar que el camino trazado por la primera onda de Lamb tiene la suficiente amplitud para hacer el análisis. Hay dos cosas para destacar en este B-Scan:

• Cuando las ondas viajan en dirección al agujero existe una superposición entre las ondas reflejadas por la frontera del agujero y aquellas que aun se dirigen a él. Esto hace que en los sitios donde sucede una superposición, la amplitud de las ondas crezca en esa zona. Dichas zonas son marcadas en el B-Scan de la figura 4.12(a) con un recuadro rojo. Esta distincón es importante porque resalta un parámetro que puede ser usado para determinar la ubicación del agujero.



(a) B-Scan



(b) Frente de fase

Figura 4.12: Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la placa de fibra de carbono con agujero pasante.

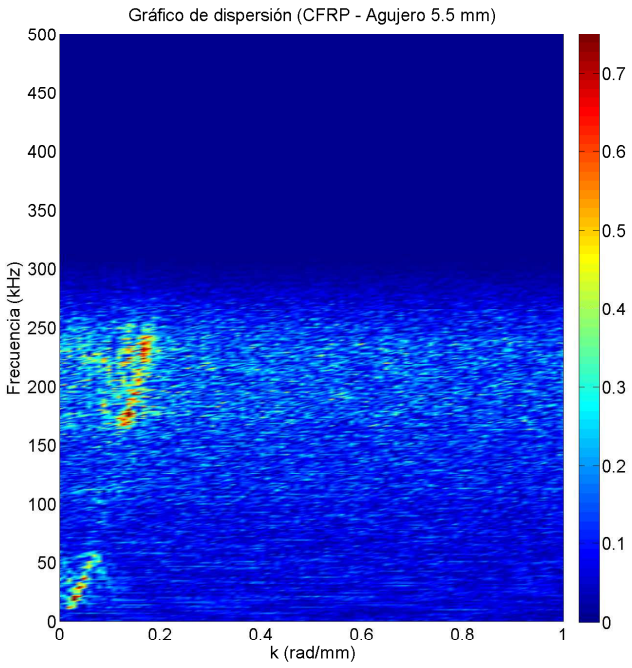


Figura 4.13: Gráfico de dispersión obtenido para la placa de fibra de carbono con agujero pasante.

• Después del agujero se observa que existen ondas de Lamb que continuan su trayectoria (en la figura 4.12(a) se ha rotulado como onda de Lamb transmitida). Esto permite pensar en la posibilidad de que este tipo de ondas sea utilizado para inspeccionar grandes áreas sin que la aparición de un defecto obstruya su propagación.

Un análisis completo requiere que el B-Scan se contraste con el plano de frentes de fase (ver figura 4.12(b)). Los frentes de fase confirman las reflexiónes debidas al agujero. También, confirman la capacidad que presentan las ondas de Lamb de rodear el defecto y seguir en la misma dirección de propagación que tenía antes de encontrar el daño. Esta verificación es muy importante debido a que el B-Scan presenta un nivel de ruido bastante alto, por lo cual evita cualquier confusión que pueda aparecer por analizar únicamente las amplitudes del B-Scan. En este orden de ideas, se puede confirmar que las pequeñas franjas verticales ubicadas después del agujero no corresponden a otro agujero pasante (rotulado como “falso agujero” en el B-Scan), sino a puntos donde el haz láser no se refleja.

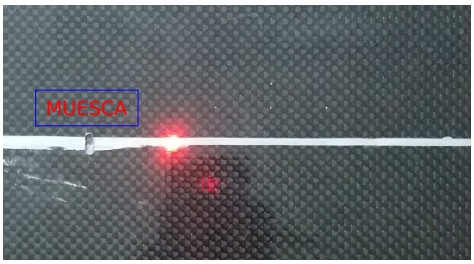


Figura 4.14: Placa de fibra de carbono con muesca.

Finalmente, un análisis del gráfico de dispersión (ver figura 4.13) muestra la conveniencia de propagar un modo A_0 para efectuar inspecciones. En pruebas muy ruidosas como esta, el modo S_0 no se alcanza a ver.

4.2.3. Análisis en placa de CFRP con muesca

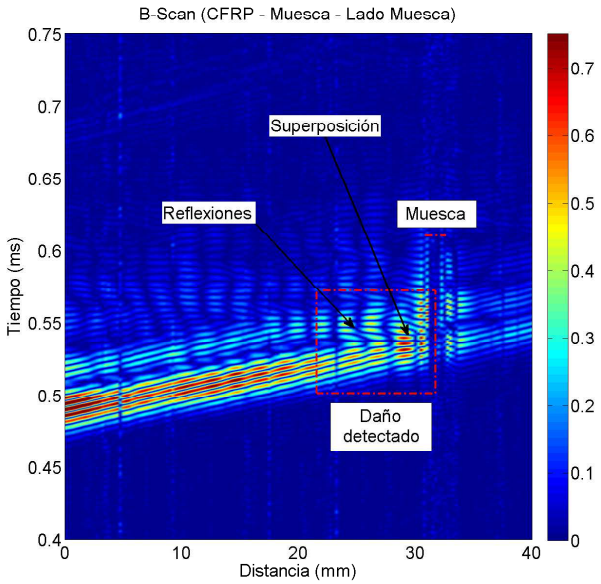
En la figura 4.14 se muestra el defecto por muesca inducido en el material. Las dimensiones laterales de este defecto son de 2,95mm x 7,45mm, con una profundidad igual a 1,35mm. El análisis de la propagación de la onda de Lamb en estas condiciones se ha ejecutado en dos etapas: 1) localizando los puntos de observación al mismo lado de la muesca en zonas antes, sobre, y después del defecto (como en la figura 4.14), y 2) localizando puntos de observación en la cara opuesta, donde la muesca no es visible, midiendo en puntos localizados antes, sobre, y después de la zona donde se ubica el defecto.

Análisis por el mismo lado de la muesca

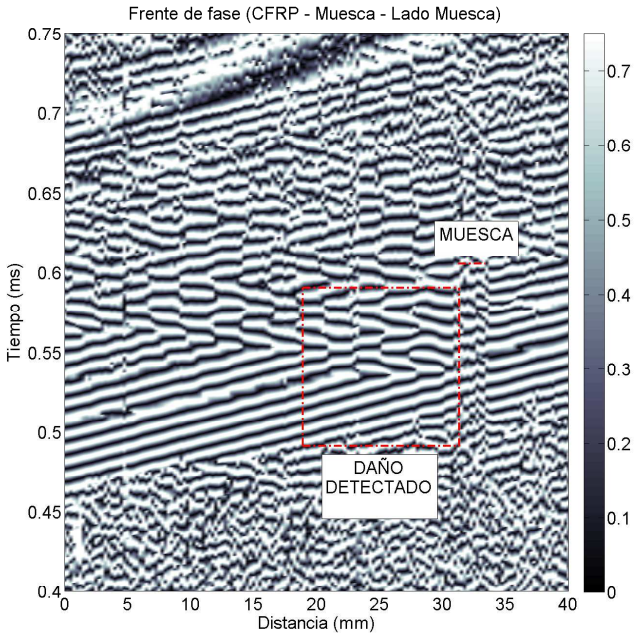
En la figura 4.15 se muestran el B-Scan en (a) y el frente de fases en (b), obtenidos al medir la propagación de la onda en la superficie donde la muesca es visible. Los resultados permiten distinguir tres descriptores claves:

• La reflexión de las ondas de Lamb al encontrarse con la frontera de la muesca. Esto se observa tanto en el B-Scan como en los frentes de fase.

• Incremento en la amplitud de la onda cerca de la frontera de la muesca. Esto es resultado de la superposición entre la onda de Lamb reflejada en la frontera de la muesca y la que



(a) B-Scan



(b) Frente de fase

Figura 4.15: Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la placa de fibra de carbono con muesca. La inspección se realiza por el lado donde la muesca es visible.

incide debido a la onda inducida en la placa.

• Parte de la energía de la onda continúa con su dirección de propagación, más allá de la frontera delimitada por la muesca. El frente de fases muestra que en la zona de la muesca también se propagan ondas de Lamb, aunque con una amplitud más pequeña. Esto tiene sentido si se considera que en la zona de la muesca se tiene una pequeña zona plana de 0,5mm de espesor, por donde la onda de Lamb puede continuar su camino.

Análisis por el lado opuesto a la muesca

En la figura 4.17 se muestran los resultados al medir la propagación de la onda por el lado plano de la muestra, es decir, por donde la muesca no es visible. En la figura 4.17(a) se muestra que la reflexión sigue presentándose en el lugar donde se encuentra el defecto, lo cual se verifica con el plano de frentes de fase de lafigura 4.17(b). Este resultado es muy importante, porque demuestra que las ondas de Lamb pueden detectar un defecto aun cuando no sea visible por el lado donde se realiza la inspección.

Finalmente, en la figura 4.18 se comparan las relaciones de dispersión obtenidas al medir por ambas caras de la placa con muesca. Como se puede observar existe una distorsión alrededor de 180kHz en el ancho de la curva[4]. Esto sucede en ambas caras de la muestra, por lo cual se puede afirmar que dicha distorsión se debe al defecto y no obedece a condiciones particulares del montaje con el que se llevó a cabo la prueba.

4.2.4. Comparación de las ondas de Lamb en las diferentes condiciones de la muestra de CFRP

En la figura 4.16 se muestra un comparativo de las relaciones de dispersión encontradas en los diferentes estados de daño de la muestra de CFRP. También se incluye la curva correspondiente al modo S_0 para el material de referencia. El orden de magnitud de las

[4]Este resultado se puede contrastar con el gráfico de dispersión de la figura 4.9.

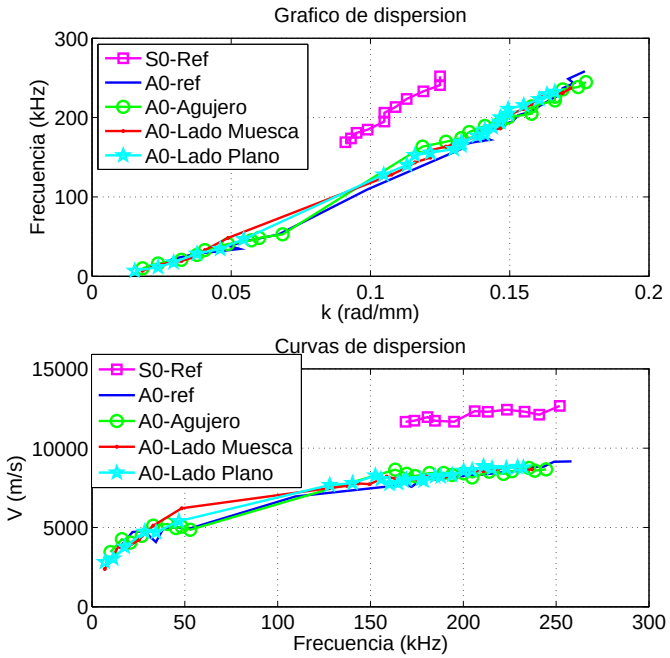
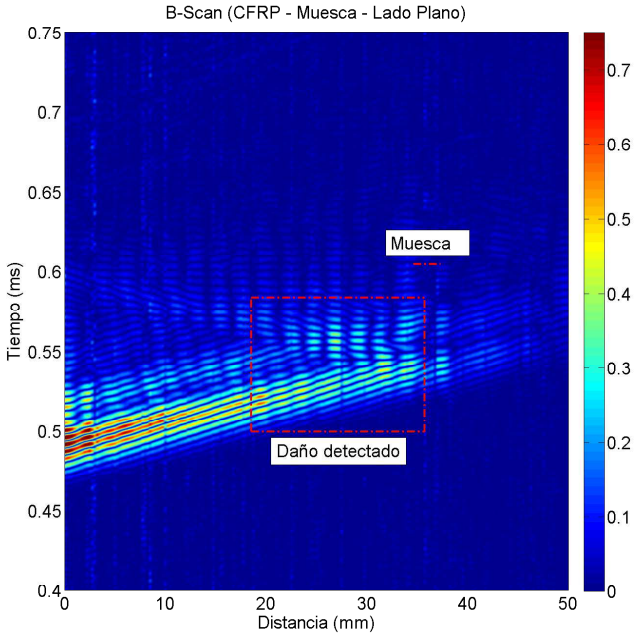


Figura 4.16: Comparación de la curvas de dispersión obtenidas en la placa de fibra de carbono bajo diferentes condiciones de daño.

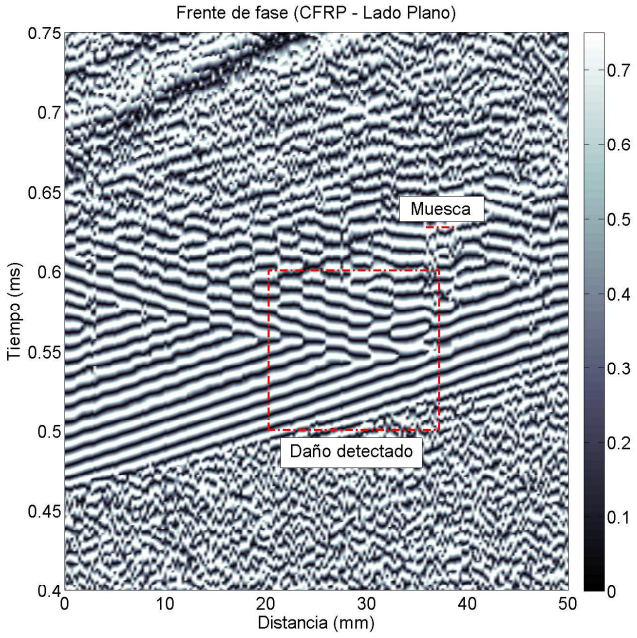
velocidades de los modos S_0 y A_0 está dentro de los reportados por Su [14][5].

Un análisis de las curvas de dispersión, solamente, no permite descubrir diferencias significativas bajo diferentes condiciones de integridad estructural, en este caso, debido a que tal como se muestra en la figura 4.16 no existen diferencias apreciables entre los distintos estados. No obstante, la propagación de ondas de Lamb, el análisis de las distribuciones espacio-temporales (B-Scan y frentes de fase), y un análisis cuidadoso del gráfico de dispersión obtenido a partir de la 2D-FFT, permiten identificar los daños existentes en la estructura. Este no siempre es el caso y, en general, se puede esperar que las velocidades de fase cambien cuando se presentan alteraciones en la geometría. Como conclusión se puede decir que un compuesto de CFRP puede ser inspeccionado utilizando el modo A_0 de Lamb, a partir del cual es posible determinar la presencia de daños ocasionados por agujeros pasantes y muescas. En el caso de las muescas aplica aun cuando el daño no sea visible.

[5]Tabla 2.2, capítulo 2, Fundamentals and analysis of Lamb waves [14].

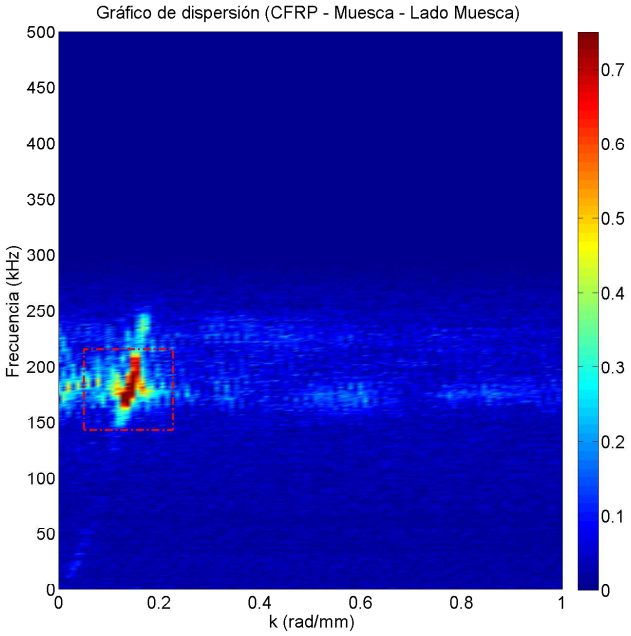


(a) B-Scan

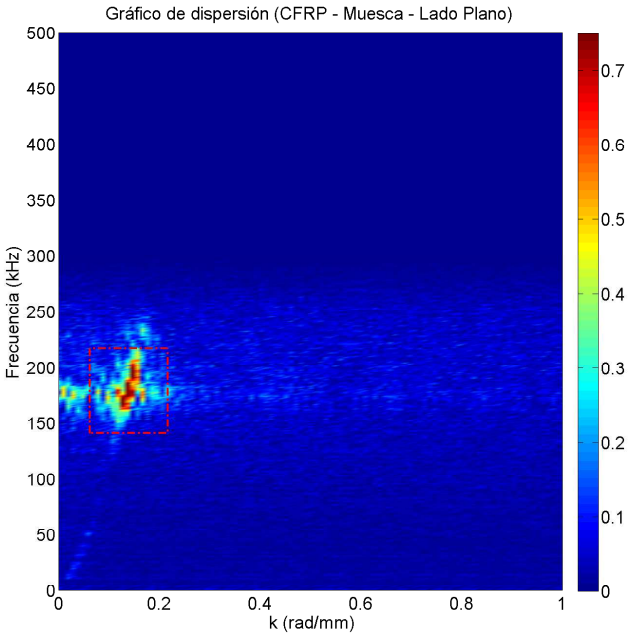


(b) Frente de fase

Figura 4.17: Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la placa de fibra de carbono con muesca. La inspección se realiza por el lado donde la muesca no es visible.



(a) Lado muesca



(b) Lado plano

Figura 4.18: Gráfico de dispersión obtenido para la placa de fibra de carbono con muesca.

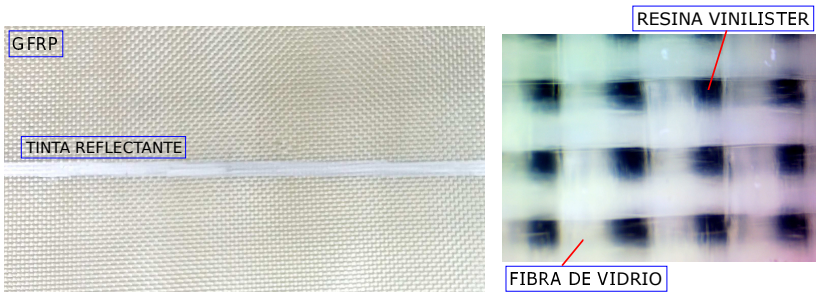
4.3. Placa fabricada a partir de GFRP (Plástico reforzado con fibra de vidrio)

En la figura 4.19 se muestra la placa compuesta construida a partir de GFRP. La línea horizontal plateada indica la zona donde se encuentran los puntos de observación, que ha sido recubierta con pintura reflectante con el objetivo de aumentar la relación señal a ruido en las mediciones. En total la placa estudiada tiene dimensiones 222mm x 324mm x 1,2mm. En la figura 4.20 se muestran cortes transversales que permiten observar las capas de resina y fibra de vidrio que constituyen la placa.

A continuación se muestra el análisis realizado en la muestra de GFRP en tres condiciones de integridad, a saber: 1) estudio de la placa sin daños (muestra de referencia), 2) estudio de la placa con agujero pasante, 3) estudio de la placa con muesca.

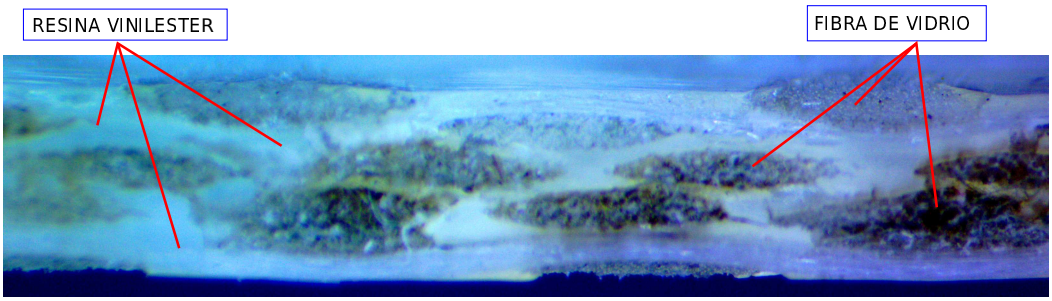
4.3.1. Análisis en placa de GFRP de referencia

Se ha realizado un estudio de la propagación de la onda de Lamb sobre la superficie de la placa de GFRP sin daños, para lo cual se han capturado datos sobre una línea de 50mm a pasos de 0,25mm. En la figura 4.21(a) se muestra el B-Scan obtenido con dicha medición. La escala de amplitudes ha sido normalizada (0 - 100 %), y se observa que en la trayectoria de 50mm la amplitud de la onda pasa de 100 % a 60 %, presentando una atenuación menor

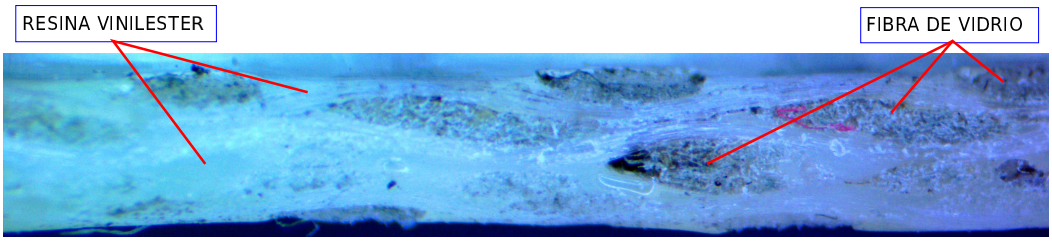


(a) GFRP de referencia (b) Tejido del compuesto

Figura 4.19: Placa construida a partir de fibra de vidrio.



(a) Corte horizontal

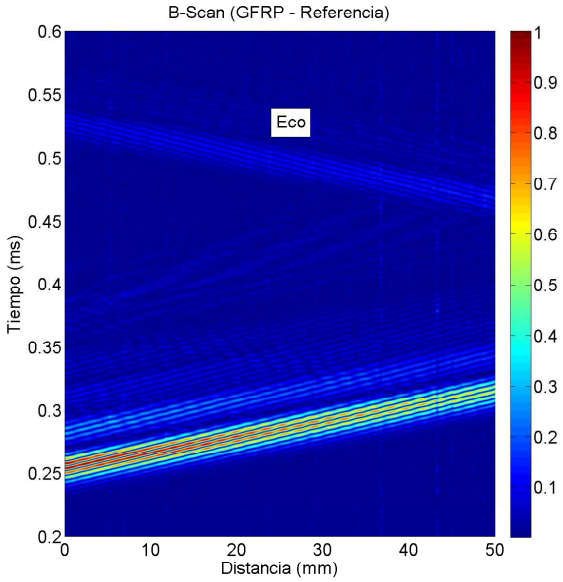


(b) Corte vertical

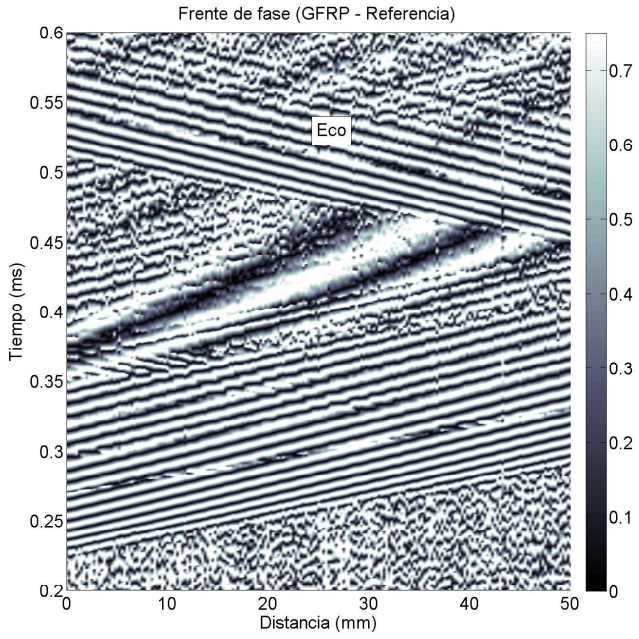
Figura 4.20: Cortes transversales de la placa construida a partir de fibra de vidrio.

a la obtenida con la muestra de CFRP. Se puede observar una excelente relación señal a ruido, en gran medida debido al bajo coeficiente de atenuación que presenta este compuesto. El eco observado después de 0,45ms se debe al reflejo proveniente del borde de la placa, como se puede comprobar en el B-Scan y en el frente de fase de la figura 4.21.

La gráfica de dispersión de la placa sin daños se muestra en la figura 4.22. Se puede observar que se está induciendo el modo A_0 de Lamb y, adicionalmente, se nota la aparición de un modo flexural. Este resultado coincide con lo reportado por Ahmed [81], donde se muestra que para ondas ultrasónicas por debajo de 1MHz, es posible que aparezcan ondas flexurales con velocidades menores a la velocidad de fase del modo A_0 de Lamb. Finalmente, en la figura 4.23 se muestra la variación de la longitud de onda con la frecuencia para la onda de Lamb generada en la muestra de fibra de vidrio, esta brinda información para estimar el tamaño mínimo de defecto que permite detectar.

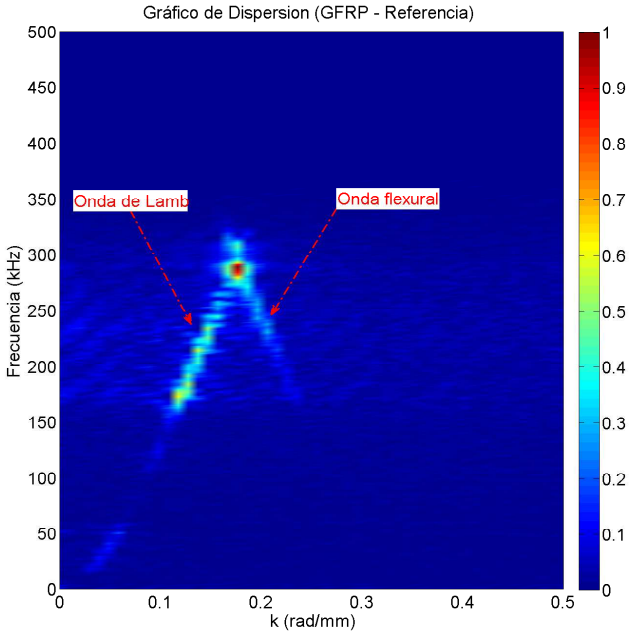


(a) B-Scan

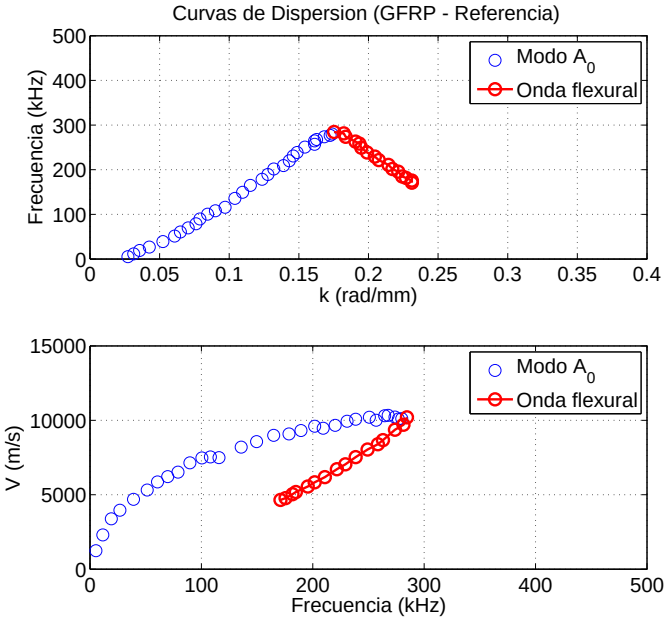


(b) Gráfico de dispersión

Figura 4.21: Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la placa de fibra de vidrio.



(a) Gráfico de dispersón



(b) Curvas de dispersión

Figura 4.22: Gráfico de dispersión obtenido para la placa de fibra de vidrio.

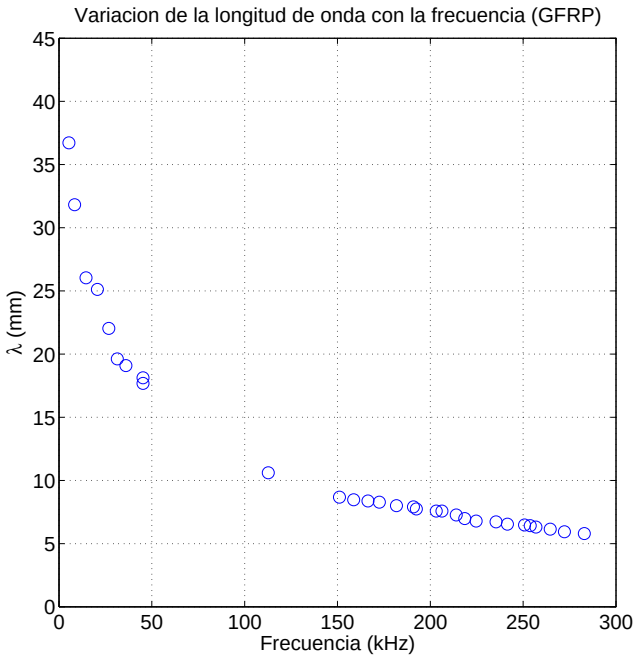


Figura 4.23: Variación de la longitud de onda con la frecuencia, para una onda de Lamb en placa de fibra de vidrio.

4.3.2. Análisis en placa de GFRP con agujero pasante

Se ha perforado un agujero de $3mm$ sobre la placa de GFRP como se muestra en la figura 4.24. Los puntos de observación se han localizado antes, sobre, y después del agujero, de tal manera que se puede observar la interacción entre la onda y el defecto. Al igual que con la placa de CFRP se ha pintado con tinta plateada la zona donde se encuentran ubicados los puntos de observación. En total se ha inspeccionado una longitud de $50mm$ a pasos de $0{,}25mm$.

El B-Scan y los frentes de fase (figura 4.25) muestran que es posible detectar el agujero a partir de la reflexión de la onda guiada. En este caso también se nota que la onda es capaz de rodear el agujero y continuar con su dirección de propagación. Además, debido a la baja atenuación en el material la calidad de la onda se afecta poco, por lo tanto, puede viajar distancias más largas que en el CFRP. En el B-Scan se muestra una zona de máxima amplitud, que es ocasionada por la superposición de las ondas

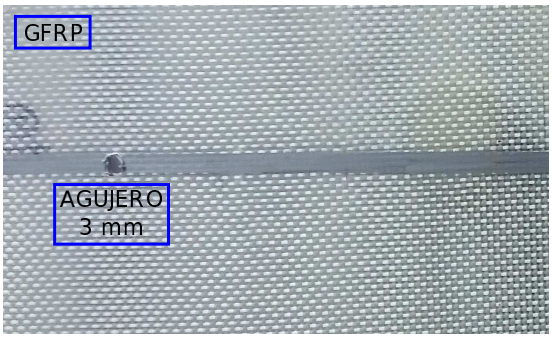


Figura 4.24: Placa de fibra de vidrio con agujero pasante.

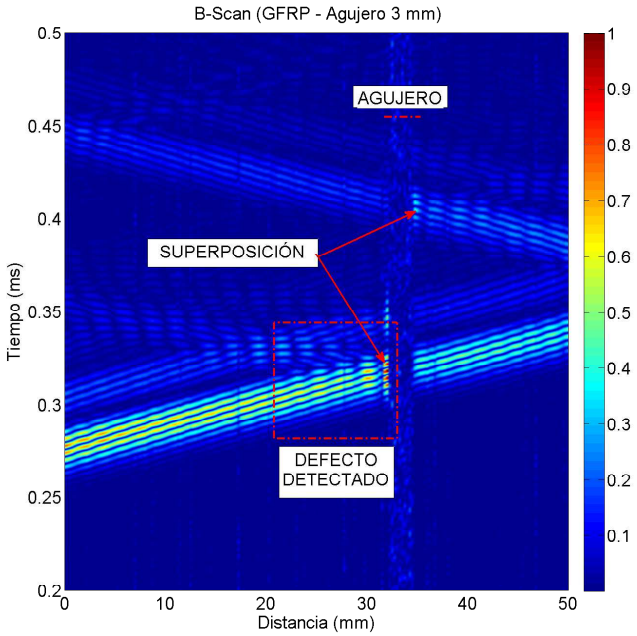
reflejadas en la frontera del agujero y las de Lamb inducidas por el TAA. Dicha superposición sirve para identificar la frontera y determinar la posición donde se encuenta el agujero.

Finalmente, se calcula la curva de dispersión (figura 4.26) y se encuentra que la onda flexural presenta menor energía en comparación con el modo A_0 de Lamb, por esta razón la intensidad de la onda de Lamb sobresale en el gráfico de dispersión. También, cabe resaltar que la intensidad del modo A_0 es mayor en comparación con la obtenida en el gráfico de referencia (figura 4.22(a)). Esto se debe a que la onda que incide sobre el agujero se ve reflejada en una distancia más corta (el agujero se encuentra a $33mm$), haciendo que los datos capturados contengan mayor información en la misma distancia de inspección.

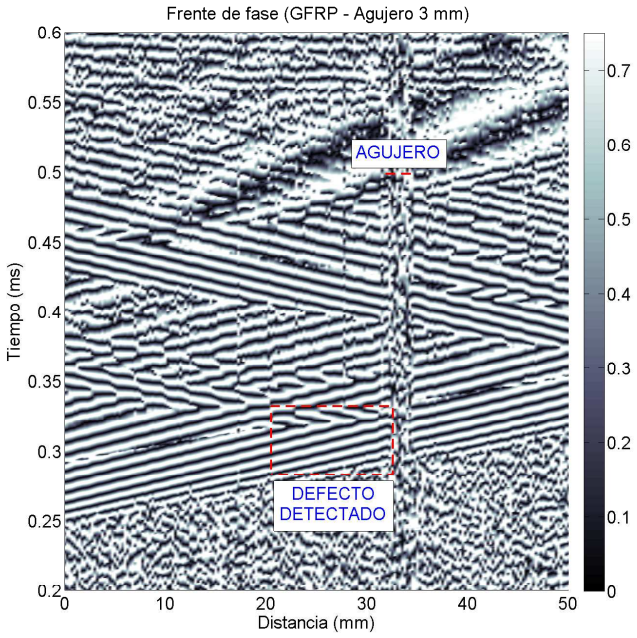
4.3.3. Análisis en placa de GFRP con muesca

En la figura 4.27 se muestra la placa de GFRP con muesca. El defecto tiene dimensiones de $9{,}6mm$ x $3{,}3mm$ con una profundidad igual a $0{,}8mm$. Los puntos de observación se han localizado antes, sobre, y después de la muesca. En este caso, se han realizado dos mediciones: 1) por la misma cara donde se encuentra la muesca, 2) por la cara opuesta por donde se encuentra la muesca.

En la figuras 4.28 y 4.29 se muestra el comportamiento de la onda al interactuar con la muestra y el defecto no pasante. Se puede apreciar lo siguiente:



(a) A-Scan



(b) Frente de fase

Figura 4.25: Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la placa de fibra de vidrio con agujero pasante.

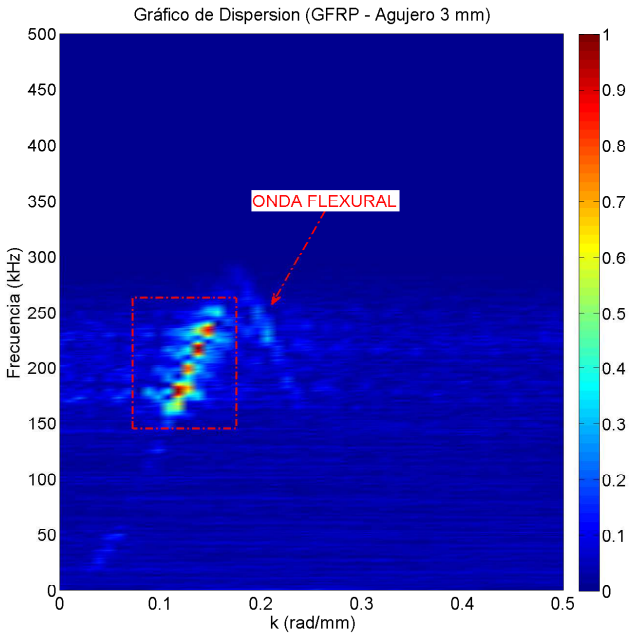


Figura 4.26: Gráfico de dispersión obtenido para la placa de fibra de vidrio con agujero pasante.

• La onda de Lamb se refleja al encontrarse con el borde del defecto, haciendo visible la ubicación de la muesca (ver recuadros rojos).

• El B-Scan medido por el lado de la muesca tiene un lugar de "iluminación", que corresponde a la superposición de las ondas reflejadas por el borde la muesca y la onda de Lamb incidente.

• Cuando la onda de Lamb pasa sobre la muesca, se observa un aumento en la amplitud de la onda de Lamb, tanto en el B-Scan medido por la cara donde es visible el defecto como el medido por la cara plana de la placa (figuras 4.28(a) y 4.29(a)). Esto indica que la onda presenta menos oposición a la deformación del espesor en la zona de la muesca que fuera de esta.

• Justo encima de la muesca el frente de fases presenta el mismo comportamiento, sin importar que cara de la placa se mida: 1) por el lado donde la muesca es visible, el frente de fases sufre una distorsión respecto de su comportamiento lineal (hay un rizado), manifestando que por esa zona sucedieron cambios de fase. 2) Por el lado donde la muesca no es visible el

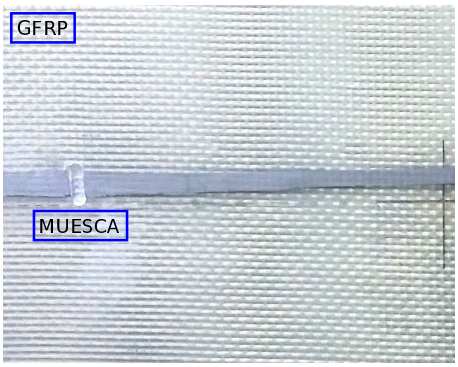


Figura 4.27: Placa de fibra de vidrio con muesca.

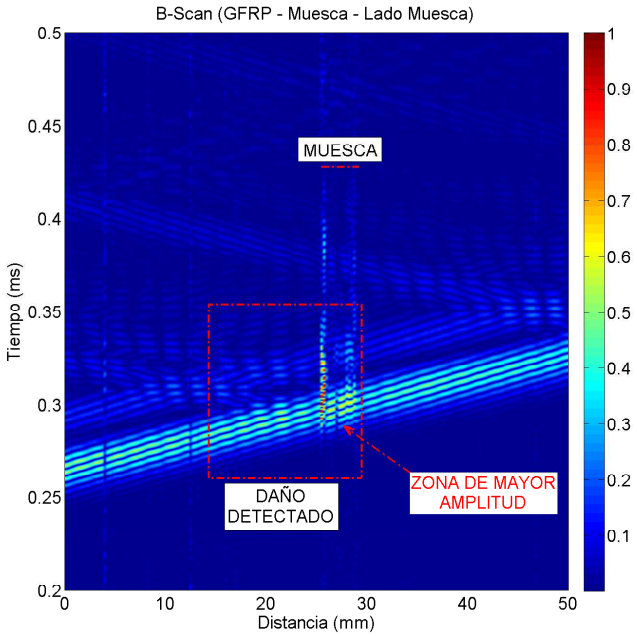
cambio de fase es más sútil, pero aun continúa presentándose tal como se resalta en la figura 4.29(b).

• Debido a que se trata de una onda de Lamb, el gráfico de dispersión obtenido a partir del B-Scan debe ser el mismo, independientemente del lado de la muestra en el cual se encuentran los puntos de observación. Esto se ve confirmado en la figura 4.30. En este caso también se observa que la onda flexural tiene menor amplitud que el modo A_0 de la onda de Lamb propagada.

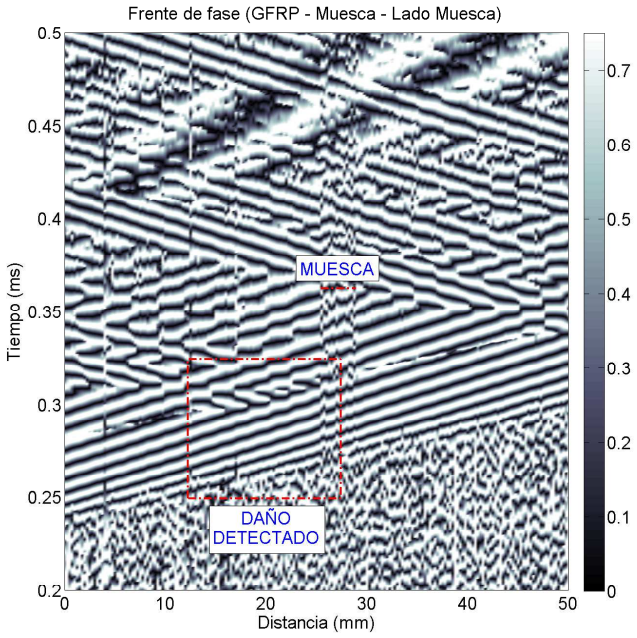
Con el objetivo de corroborar el aumento de amplitud de la onda de Lamb en la zona donde se encuentra la muesca, se ha estudiado una muesca de dimensiones mayores: 10,35mm x 9,4mm con una profundidad de 0,95mm. Con esta nueva muesca el B-Scan muestra de forma más clara el aumento en amplitud que sufre la onda cuando pasa por encima de la muesca, tal como se observa en la figura 4.31(a) para una medición por el lado donde la muesca no es visible. La amplitud del modo A_0 opaca la onda flexural como se corrobora en el gráfico de dispersión de la figura 4.31(b). Esto confirma los resultados encontrados previamente.

4.3.4. Comparación de las ondas de Lamb en las diferentes condiciones de daño del GFRP

Finalmente, se realiza un análisis comparativo de las curvas de dispersión en los diferentes estados de daño, como se muestra en la figura 4.32. Al igual que como sucedió en el caso de

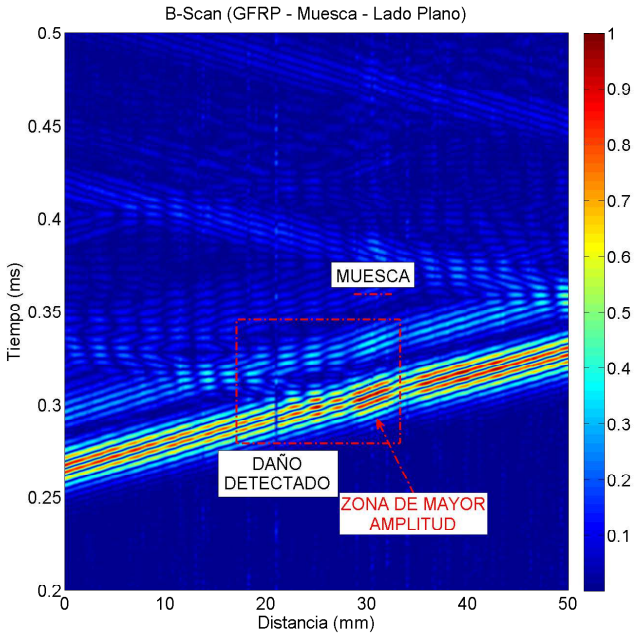


(a) B-Scan

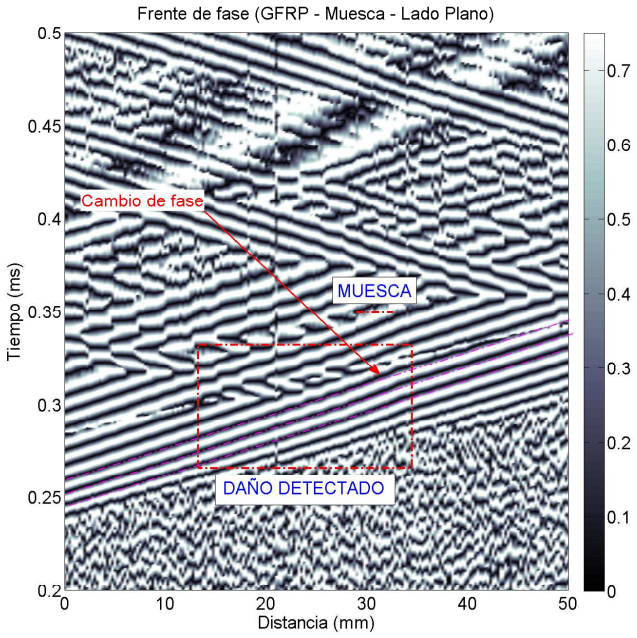


(b) Frente de fase

Figura 4.28: Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la placa de fibra de vidrio con muesca. La inspección se realiza por el lado donde la muesca es visible.

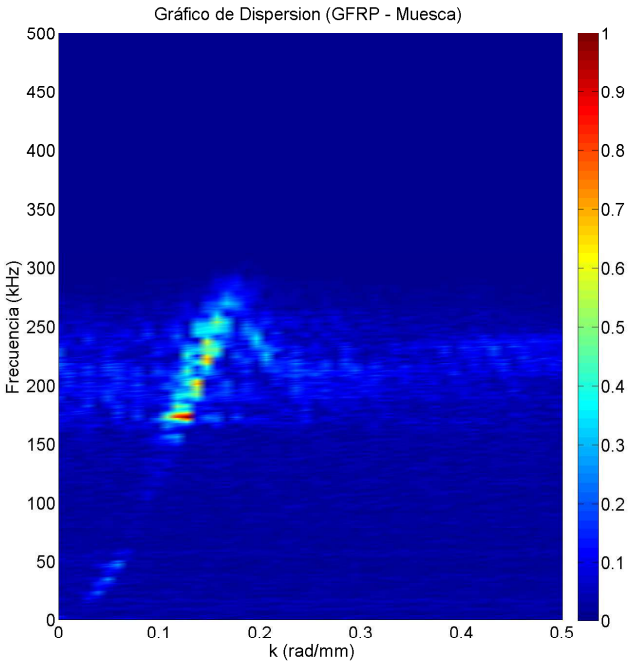


(a) B-Scan

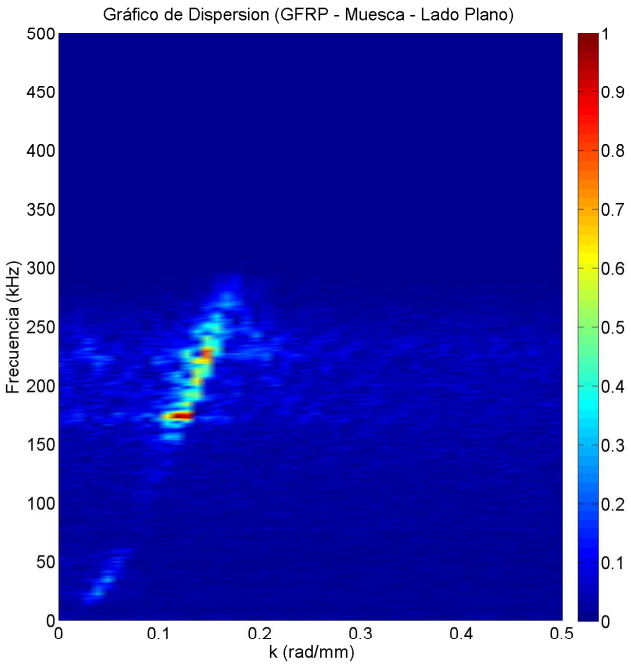


(b) Frente de fase

Figura 4.29: Distribución tiempo-distancia de la onda de Lamb en la placa de fibra de vidrio con muesca. La inspección se realiza por el lado donde la muesca no es visible.

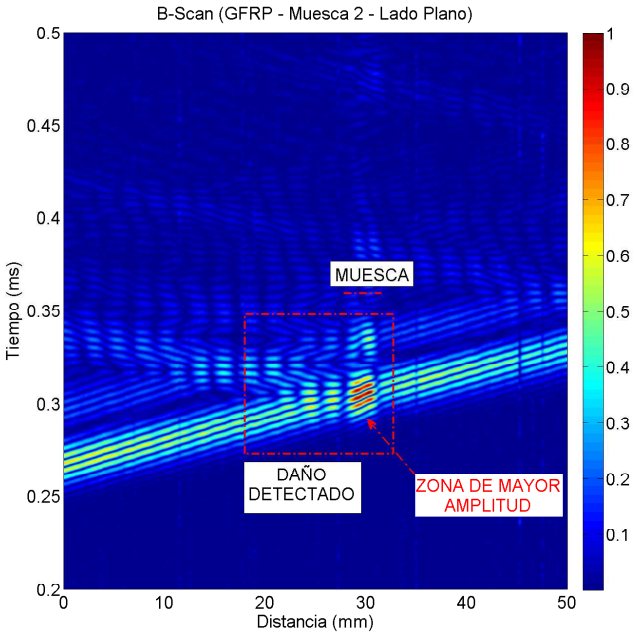


(a) Lado muesca

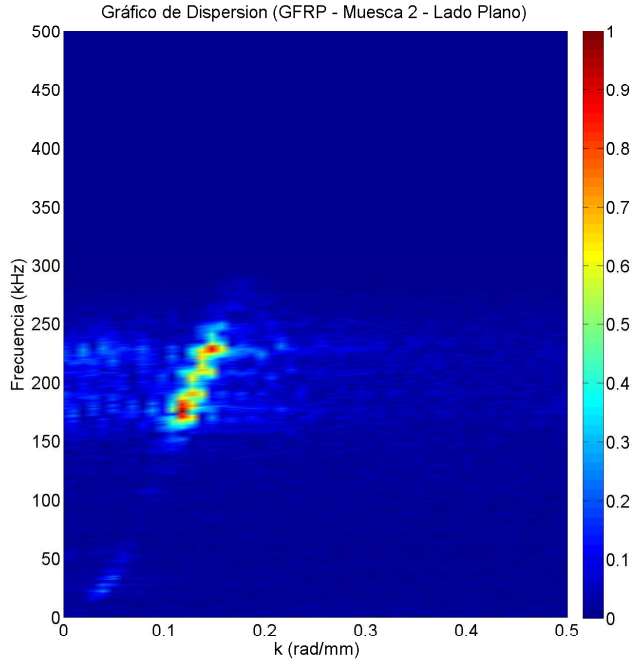


(b) Lado plano

Figura 4.30: Gráfico de dispersión obtenido para la placa de fibra de vidrio con muesca.



(a) B-Scan



(b) Gráfico de dispersión

Figura 4.31: Detección de defectos sobre una placa de fibra de vidrio con un tamaño de muesca mayor.

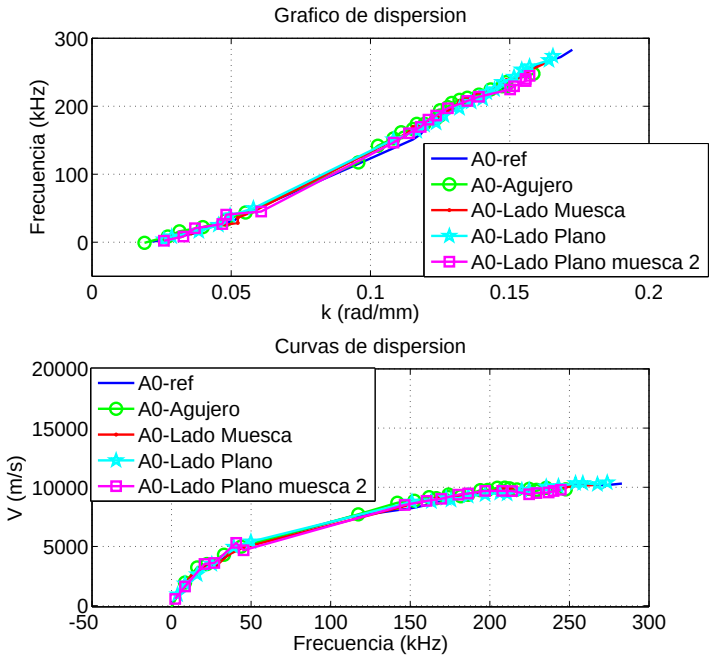


Figura 4.32: Comparación de las curvas de dispersión obtenidas en la placa de fibra de vidrio bajo diferentes condiciones de daño.

estudio de la placa de CFRP, en este caso tampoco se encuentra un cambio en las velocidades de fase. No obstante, los análisis de los B-Scan y frentes de fase permiten la identificación de daños aun cuando el defecto se encuentre oculto.

4.4. Otras configuraciones empleadas con sistemas híbridos para la inspección de materiales compuestos

Hasta la sección anterior el análisis fue limitado a un sistema híbrido donde la fuente de excitación (TAA) y la placa se mantenian fijos, mientras que los puntos de observación eran escaneados a través del LDV. En esta sección se presentan dos implementaciones adicionales para detectar daños a partir de dos aproximaciones diferentes: 1) aproximación en pitch-catch de un sistema híbrido TAA-LDV, en el cual el sistema TAA-LDV se mueve para realizar un

barrido sobre la muestra (siempre fija), manteniendo constante la distancia entre el emisor y el receptor; 2) Barrido sobre un área, en la cual los puntos de observación forman una cuadrícula, sobre la cual el LDV mide la propagación de una onda que incide oblicuamente sobre el defecto.

4.4.1. Sistema pitch-catch para la detección de una muesca en un compuesto de GFRP

Para el montaje en pitch-catch el haz incidente del TAA y el spot del haz del LDV están separados $4cm$. El emisor y el receptor se han ubicado al mismo lado de la placa, y se ha puesto una pantalla entre ellos para bloquear las ondas en el camino directo entre el TAA y el LDV. El escaneo se ha realizado sobre una muestra de GFRP como la mostrada en la figura 4.27, a pasos de $0{,}25mm$. La evaluación y medición se ha realizado por el lado plano de la muestra, de tal manera que el defecto no es visible.

Esta aproximación busca mostrar el potencial del sistema híbrido propuesto, para determinar daños en un entorno donde se requiere que la inspección sea en línea. La ventaja de este sistema es que existe una distancia fija entre la fuente y el sistema de medición, por lo cual la onda de Lamb siempre viaja la misma distancia en el sistema de inspección, garantizando que una distorsión en los datos obtenidos se debe a un cambio en el medio.

En la figura 4.33 se muestra el plano de observación obtenido con la prueba de pitch-catch. La presencia de la muesca se advierte por dos cosas fundamentalmente:

• La mayor amplitud de la onda en la zona donde se encuentra el defecto. Como se ha observado anteriormente para la muestra de GFRP, en la zona donde se encuentra la muesca se presenta un incremento en la amplitud de la onda, y fuera de esta zona la amplitud disminuye. Esto es claramente visible en la figura 4.33.

• El cambio de pendiente del plano de amplitudes. Esto indica que la onda se propaga a una velocidad diferente en esa zona, específicamente, que en la zona donde se encuentra la

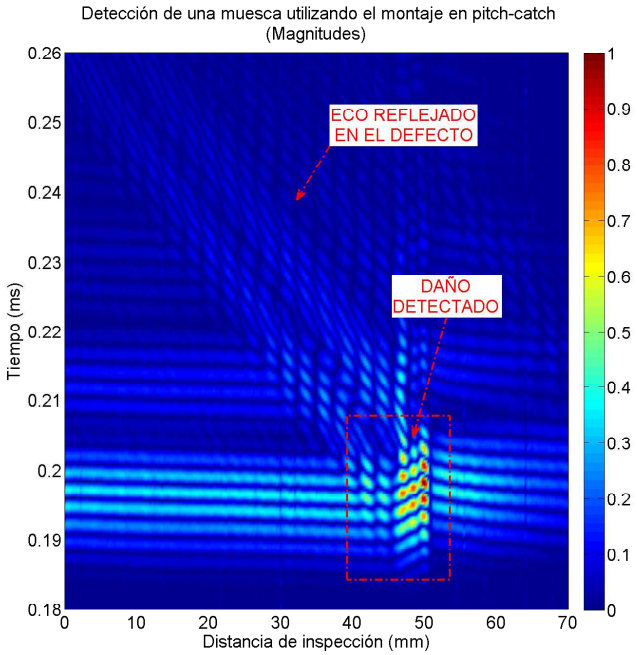


Figura 4.33: Detección de una muesca en la placa de fibra de vidrio utilizando un sistema híbrido en pitch-catch.

muesca la onda se demora más en llegar desde la fuente al punto de observación. Las líneas horizontales antes y después de la muesca indican que no hay cambio en las condiciones de propagación de la onda, por lo tanto en esos tramos la onda se demora lo mismo. Esta aseveración se confirma observando el plano de las fases instantáneas en la figura 4.34.

El plano mostrado en la figura 4.34 requiere de un análisis más detallado. Las líneas horizontales indican que en el tramo evaluado las condiciones del medio no han cambiado, por lo tanto la onda recorre la misma distancia en el mismo tiempo. Las líneas oblicuas corresponden a la onda de Lamb reflejada por la frontera de la muesca, la cual es detectada por la onda debido a que encuentra el cambio en el espesor de la placa. El ángulo de inclinación negativo de estos frentes indica que se trata de una onda reflejada y permite localizar el punto exacto donde se encuentra el defecto. Una vez el sistema de inspección se encuentra sobre la zona del defecto las líneas dejan de ser horizonales y se vuelven oblicuas, con ángulo de inclinación positivo, indicando que la velocidad de propagación disminuye en esta zona. Esto es consecuente con lo esperado teoricamente: si la frecuencia se mantiene,

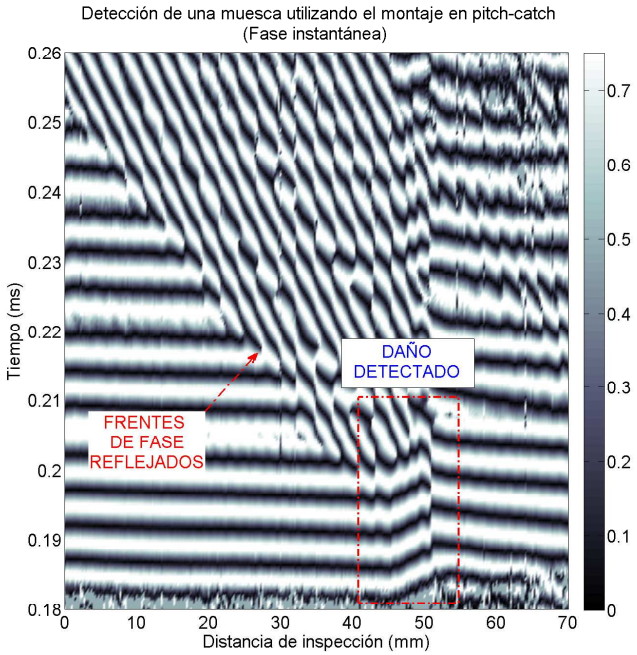


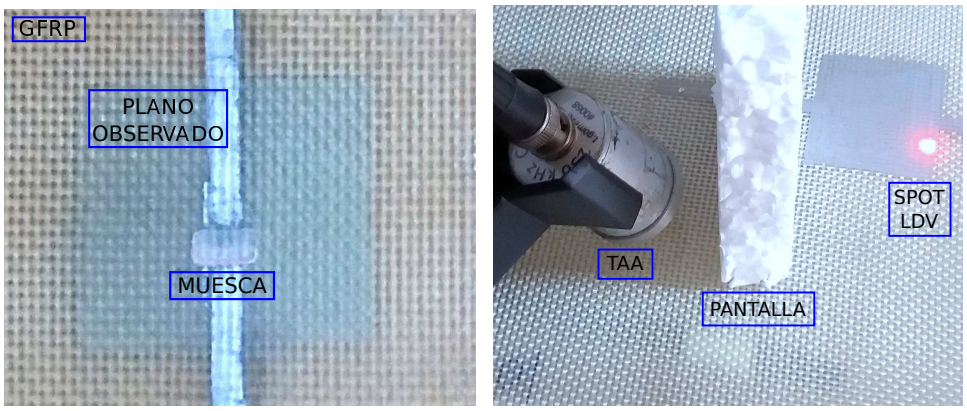
Figura 4.34: Muesca en la placa de fibra de vidrio vista a partir de los frentes de fase de la onda generada en pitch-catch.

entonces, una disminución en el espesor implica una velocidad menor. Cuando el sistema de inspección pasa la zona del defecto, la líneas del frente de fase tienden a ser horizontales, lo que indica que el material vuelve a tener las propiedades que presentaba antes de que la onda se encontrara con el defecto.

4.4.2. Medición de las dimensiones laterales de un defecto utilizando el sistema híbrido propuesto

El montaje en pitch-catch de la sección 4.4.1 permite conocer una de las dimensiones del defecto bajo condiciones particulares, tales como: el defecto debe ser rectangular, el frente de ondas debe ser perpendicular a una de las caras del defecto. En esta sección, se propone una aproximación un poco más exigente (desde el punto de vista del tiempo que consume), pero permite detectar daños con condiciones menos favorables.

En la figura 4.35 se presenta el montaje implementado para realizar el estudio de una



(a) Lado muesca (b) Lado plano

Figura 4.35: Esquema de medición para la determinación de defectos cuando la onda incide oblicuamente sobre el defecto.

muesca cuando la onda incide de forma oblicua al defecto. El tamaño del plano se muestra en la figura 4.35(a), y es de $20mm$ x $20mm$, midiendo a pasos de $0{,}7mm$. El escaneo se realiza por el lado plano de la muestra, donde la muesca no es visible. En este caso el TAA y el LDV inciden a la muestra por el mismo lado, y la pantalla de poliestireno expandido se ha ubicado para evitar que las ondas que viajan por el aire afecten la medida del LDV.

En la figura 4.36 se muestran los frentes de onda desplazándose e incidiendo sobre el defecto de forma oblicua. En el cuadro rojo se encierra la zona en la cual se detecta el daño. Esta prueba es muy útil si se cuenta con un sistema de medición rápido y versátil, por ejemplo, cuando se utiliza un vibrometro 2D, o algún sistema equivalente que permita realizar mediciones en el plano.

En la figura 4.37(a) se muestra que un corte definido en el punto $x = 11{,}9mm$ permite observar un defecto que tiene una longitud en la dirección definida como y aproximadamente igual a $5mm$, según lo indica la zona iluminada. De la misma manera, un corte realizado en el punto de observación $y = 6{,}3mm$ permite identificar un defecto que en la dirección definida como x tiene una longitud aproximadamente igual a $9mm$. Si se desea considerar que esta información es suficiente, se puede realizar una abstracción del defecto, y decir que

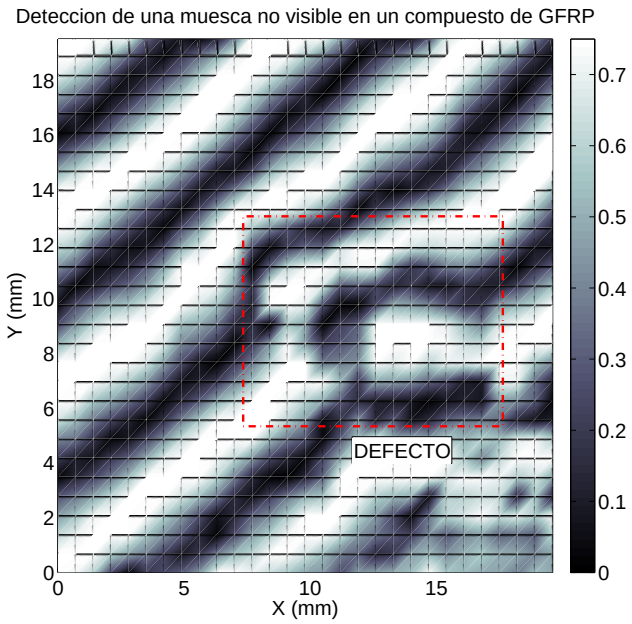
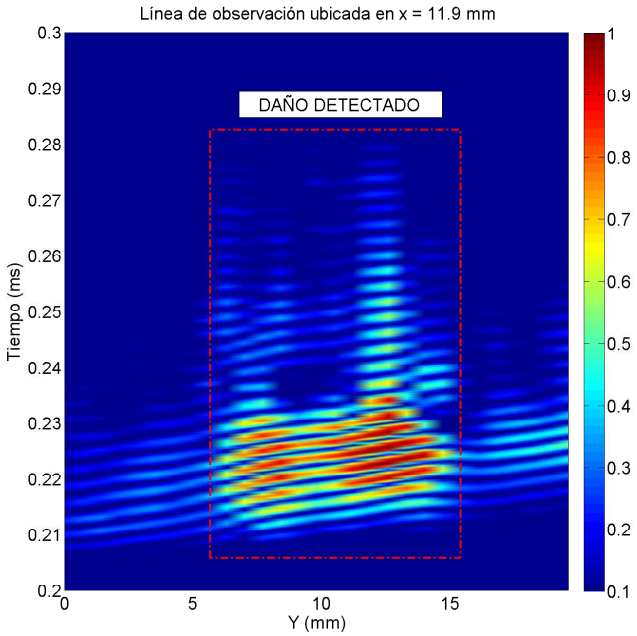
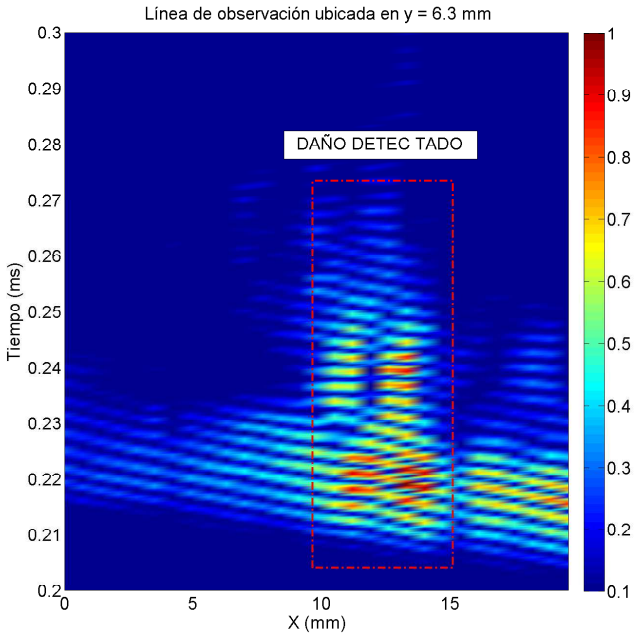


Figura 4.36: Detección de una muesca no visible a partir de la propagación de una onda plana que incide oblicuamente al defecto.

es un defecto rectangular que mide $5mm$ x $9mm$, donde su longitud menor está ubicada a lo largo del eje x, y su longitud mayor a lo largo del eje y. La muesca real tiene dimensiones de $3{,}3mm$ x $9{,}6mm$, pero vale la pena aclarar que las líneas de observación se ubicaron en un plano rotado diferente al plano donde se encuentra la muesca, por lo tanto, dichos valores representan las proyecciones de las diagonales de la muesca real sobre el plano de observación.



(a) Corte vertical



(b) Corte horizontal

Figura 4.37: Líneas de observación para determinar la presencia de un defecto sin recurrir a un plano completo de observación.

4.5. Detección de daños en un cilindro compuesto de Al-CFRP con insertos de polipropileno

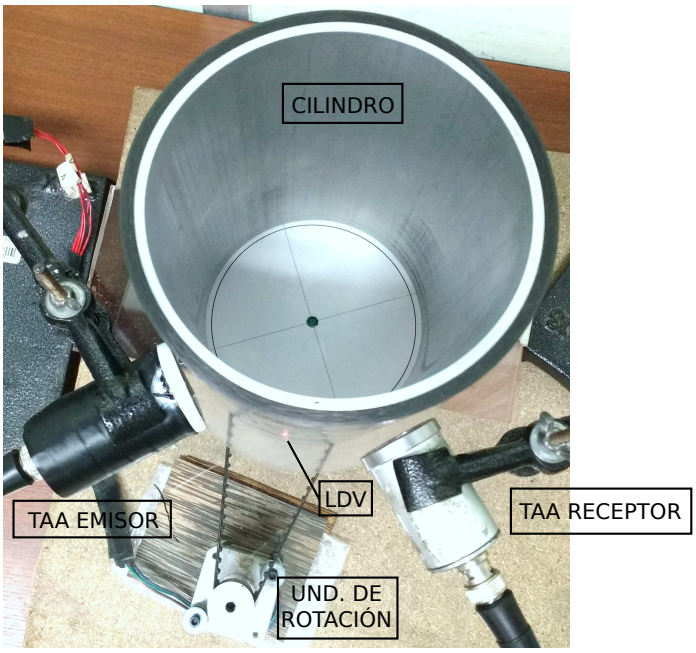


Figura 4.38: Montaje experimental para inspeccionar el cilindro compuesto a partir del sistema híbrido en Pitch-Catch.

Con el objetivo de evaluar el potencial de las ondas de Lamb para detectar delaminaciones y despegado en materiales compuestos, se ha estudiado un cilindro compuesto, fabricado a partir de un núcleo de aluminio alrededor del cual se han tensado fibras de carbono. La figura 4.38 muestra el montaje utilizado para realizar la inspección. El cilindro se ha montado sobre una unidad de rotación que puede girar 360°, a pasos de 0,95°. Se ha utilizado una configuración en Pitch-Catch, empleando como emisor un TAA con un ángulo de incidencia adecuado para excitar ondas de Lamb en el cilindro. Aunque se muestra un TAA receptor y un LDV para medir las vibraciones en la superficie del cilindro, en lo que sigue solamente se muestran los resultados obtenidos con el LDV, puesto que presentan mejor relación señal a ruido, además, las mediciones son más puntuales. La distancia de separación entre el TAA emisor y el LDV es de $70mm$ aproximadamente (medida sobre el perimetro del cilindro). Cada dato fue medido a pasos de $1mm$. Las mediciones se realizaron

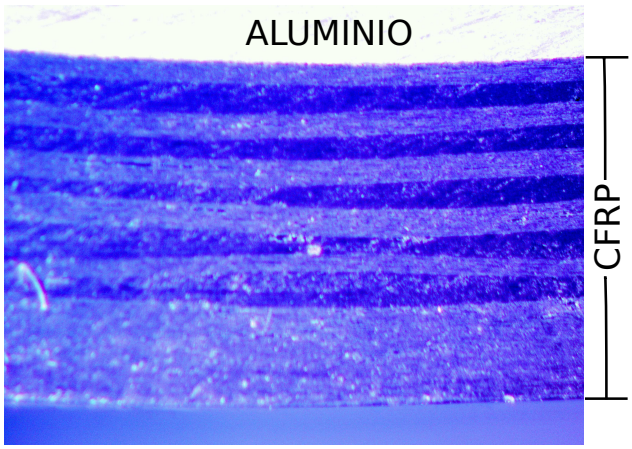


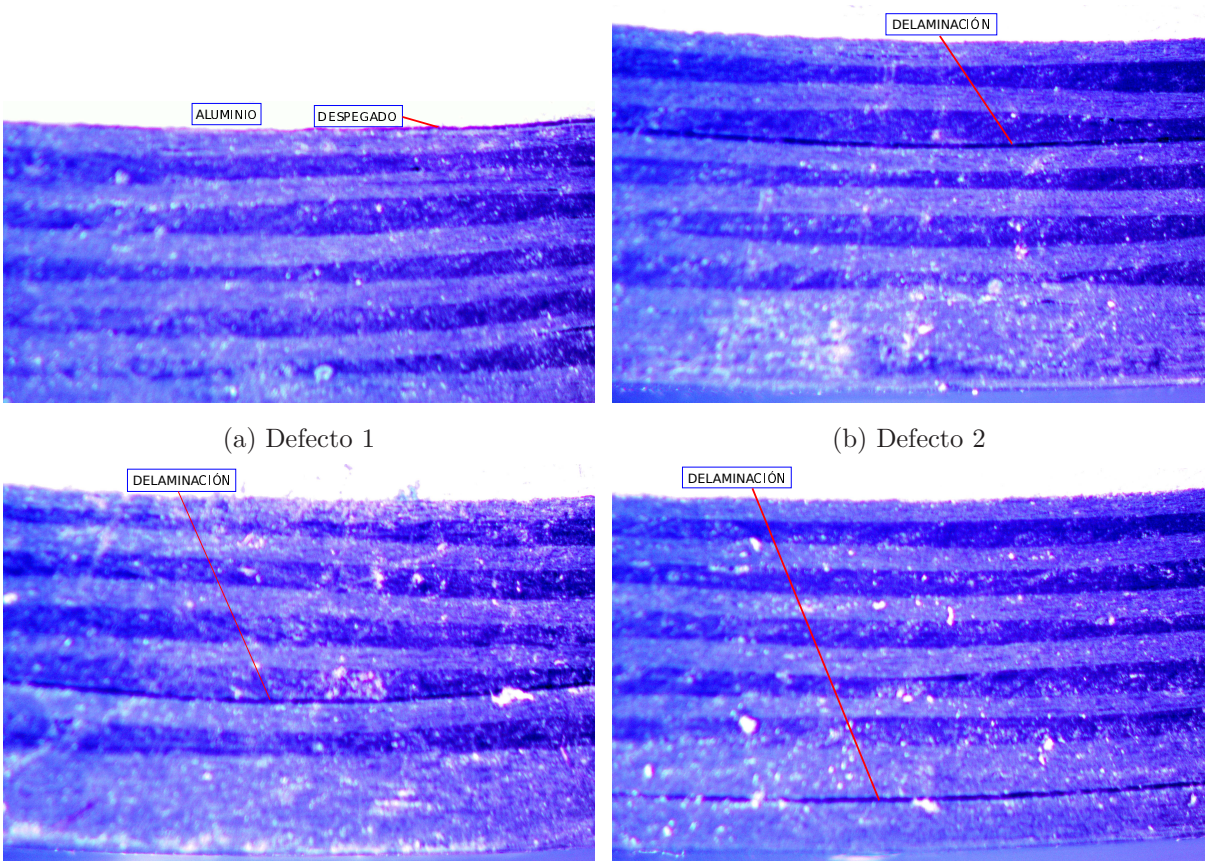
Figura 4.39: Capas del cilindro en la dirección radial.

Tabla 4.2: Ubicación de los insertos de polipropileno en las capas del cilindro compuesto.

Inserto	Ubicación
1	Al - Capa 1
2	Capa 4 - Capa 5
3	Capa 8 - Capa 9
4	Capa 13 - Capa 14

sobre dos vueltas completas del cilindro, con el objetivo de verificar que el procedimiento de medición es repetible.

En la figura 4.39 se muestra un corte del espesor del cilindro compuesto. En la parte superior se encuentra el núcleo de aluminio, seguido por las difererentes capas de fibra de carbono (14 capas en total). Para inducir defectos que simulen el despegado y/o delaminación entre las capas, se han ubicado insertos rectangulares de polipropileno de $38mm$ de ancho con la misma longitud del cilindro. Estos insertos se han ubicado en diferentes posiciones entre las capas del CFRP, tal como se explica en la tabla 4.2 (ver también figura 4.40). Se considera que la condición de despegado sucede cuando la fibra de carbono no se encuentra adherida, en alguna zona, al núcleo de aluminio. Las delaminaciones se refieren a separaciones entre dos capas sucesivas de fibra de carbono.



(a) Defecto 1

(b) Defecto 2

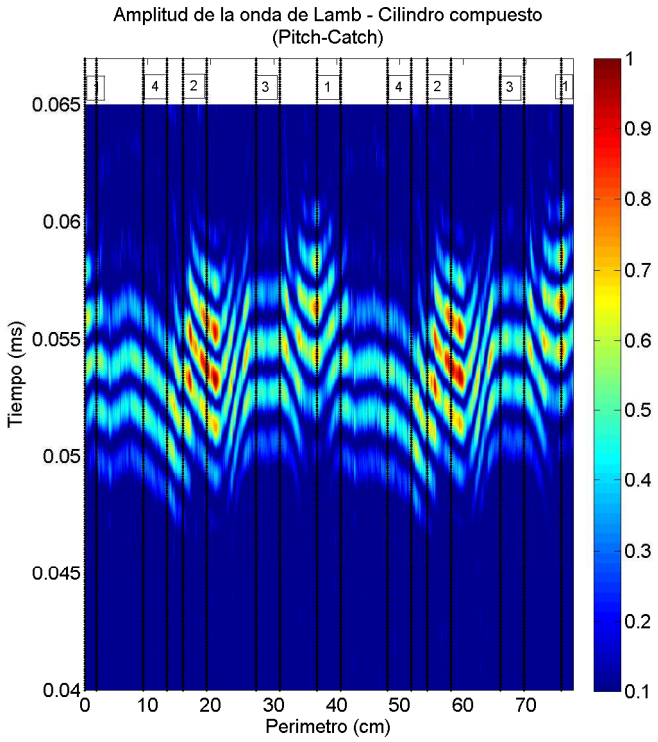
(c) Defecto 3

(d) Defecto 4

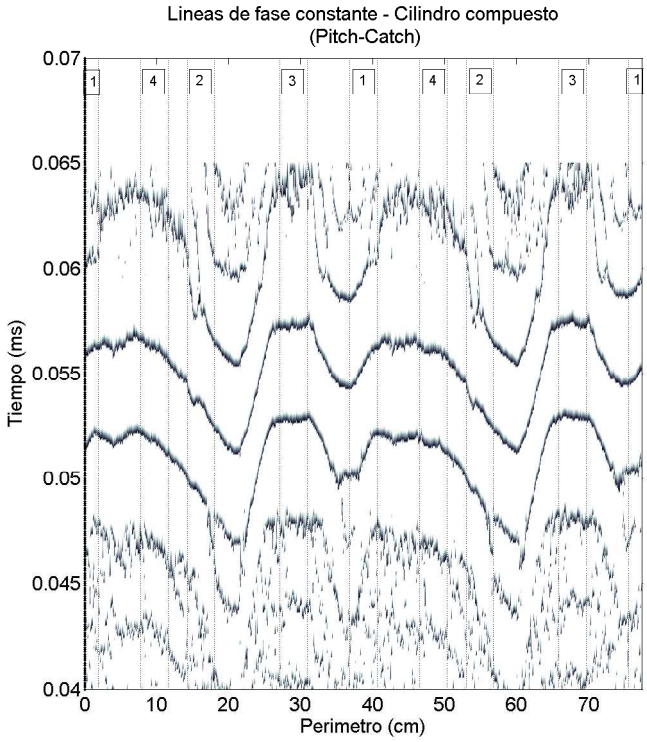
Figura 4.40: Despegado y delaminaciones a diferentes profundidades en el cilindro de Aluminio-CFRP.

El análisis del defectos en el cilindro compuesto se muestra en la figura 4.41, en (a) se muestran las amplitudes normalizadas, y en (b) se muestran algunas líneas de fase constante. Las lineas verticales corresponden a la ubicación de cada inserto. El ancho de las líneas se ha supuesto como $38mm$, puesto que fue el parámetro de diseño.

Un análisis simultáneo de las figuras 4.41, (a) y (b), muestran patrones reconocibles que pueden ser utilizados para detectar los daños. Por ejemplo, debido a que la delaminación hace que las capas de fibra de carbono se separen, la onda de lamb aumenta su amplitud en las zonas donde se presenta dicho defecto (figura 4.41(a)). Además, causa cambios en la velocidad de la onda, por lo que los puntos de fase constante sufren un cambio de



(a) Amplitud



(b) Fase

Figura 4.41: Inspección del cilindro compuesto utilizando una configuración en pitch-catch.

Figura 4.42: Montaje en transmisión para inspeccionar el cilindro compuesto.

fase durante su movimiento oscilatorio, lo cual se ve reflejado en cambios de pendiente. Específicamente, una disminución en la velocidad se relaciona con una pendiente positiva, mientras que un aumento en la velocidad se asocia con un aumento en la velocidad con una pendiente negativa (figura 4.41(b)). De esta forma se puede explicar la forma como son detectados los defectos 1, 2, y 4.

En lo que respecta al defecto 3, debido a que no se presenta un incremento en amplitud y la pendiente en las curvas de fase se mantiene plana, se puede afirmar que dicho defecto no ha sido identificado, puesto que la forma de onda medida no difiere significativamente de las zonas no defectuosas. Cabe resaltar la presencia de un defecto, no inducido a priori, en el intermedio entre el inserto 1 y el 3, el cual manifiesta un aumento en la amplitud y una pendiente negativa (muy similar a lo que sucede con 2 y 4). Una inspección detallada de esta zona corrobora que se trata de poros y zonas vacías que se producen durante la fabricación del cilindro compuesto.

Con el objetivo de corroborar los resultados obtenidos con las ondas de Lamb, se ha realizado una inspección en transmisión, utilizando el montaje que se presenta en la figura 4.42. En la figura 4.43 se muestra el resultado de esta prueba, para una vuelta completa del

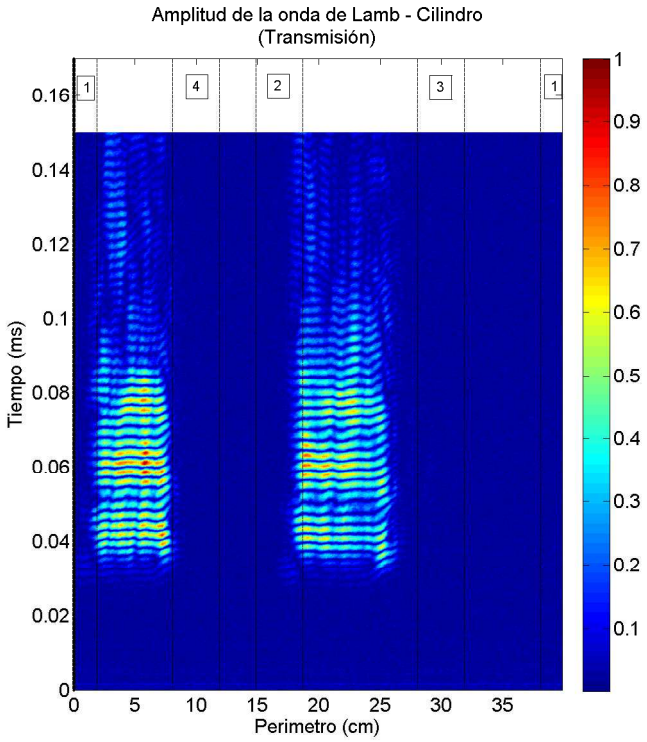


Figura 4.43: Inspección del cilindro compuesto utilizando una configuración en transmisión.

cilindro. En contraposición con los resultados obtenidos con ondas de Lamb, solamente hay transmisión en los sectores no defectuosos. Esto se debe a que en las zonas de los defectos la mayor parte de la energía se refleja, incluso en la zona donde se presentan los poros mencionados previamente. Este resultado corrobora la detección realizada con las ondas de Lamb, sin embargo, los modos de Lamb proveen información adicional, tal como la velocidad y amplitud de la onda en las zonas marcadas como defectuosas. Esta información puede ser utilizada para determinar, además, la profundidad y severidad del daño, y no solamente la existencia de este.

Conclusiones

En este trabajo se ha estudiado el potencial de las ondas de Lamb para detectar daños en materiales compuestos. Estas pueden ser usadas en materiales mono-capa, como el aluminio y el acero, y en materiales multi-capa como placas compuestas fabricadas a partir de fibras de vidrio o de carbono. La revisión bibliográfica muestra el uso creciente de las ondas de Lamb, cuya fortaleza radica principalmente en los modos de propagación que puede presentar, a saber, simétrico (S) y/o anti-simétrico (A). Una selección adecuada de estos modos permite regular el detalle y sensibilidad con los cuales se detectan los defectos en una estructura.

Los mecanismos seleccionados para inducir y medir las ondas de Lamb en las muestras se basaron en alternativas sin contacto. Este tipo de implementaciones permite realizar inspecciones de forma no invasiva, permitiendo soluciones en línea que no obstruyen los procesos de fabricación. Además, no añaden masa al sistema bajo estudio, lo que hace que las mediciones sean más limpias, y a futuro tiene el potencial para lograr implementaciones embebidas.

En este trabajo se han implementado tres sistemas para realizar las inspecciones sin contacto: 1) un sistema completamente acústico, 2) un sistema completamente óptico, y 3) un sistema híbrido. Los tres sistemas fueron implementados pensando en un diseño modular. Esto quiere decir que es posible cambiar cualquier etapa en el proceso de inspección sin alterar el funcionamiento de las demás etapas.

Se ha implementado una estrategia numérica para graficar las ecuaciones de Rayleigh-Lamb, y así obtener las curvas de dispersión. Con este resultado teórico, y utilizando láminas de aluminio como muestras de referencia, se ha comprobado que las tres implementaciones propuestas permiten generar y medir ondas de Lamb, brindando información comparable entre sí.

El sistema completamente acústico basado en TAAs es ecónomico. La efectividad en la inducción de las ondas está determinada por el ajuste del ángulo crítico, y una vez conocido permite generar ondas de Lamb de forma rápida. La selección del TAA emisor ofrece una ventaja muy conveniente dado que el ancho de banda de los transductores utilizados no supera $1MHz$ de frecuencia, evitando la aparición de modos de orden superior con los cuales no se deseaba trabajar. La principal desventaja de este sistema radica en la necesidad de ajustar con precisión el ángulo del TAA receptor, el cual debe coincidir con el ángulo de incidencia. Otra desventaja es la baja resolución espacial que se logra en recepción debido al tamaño del área activa del transductor, haciendo que las señales adquiridas representen el valor promedio sobre una región de la muestra más que valores puntuales. Aunque esto implica un proceso experimental más dispendioso para reconstruir las curvas de dispersión del material (comparado con los métodos óptico e híbrido), tiene la ventaja de que una vez seleccionado un punto de operación (modo de Lamb, ángulo, y frecuencia específicos) se pueden realizar con facilidad evaluaciones no destructivas en línea.

El sistema completamente óptico presenta la ventaja de que no requiere ajustar ángulos para inducir o medir la onda de Lamb, ya que el fenómeno termo-elástico es el responsable de generar la onda de Lamb, y un vibrometro láser el encargado de medir las velocidades de oscilación de la superficie. Debido al láser usado en recepción es posible escanear la muestra de forma puntual, incrementando la resolución espacial de los datos adquiridos. La mayor desventaja de esta solución son los costos de adquisición del láser pulsado y del vibrometro láser, puesto que entre menos daño se quiera infligir a la superficie de la muestra el láser pulsado debe ser más robusto, lo que implica un aumento en el costo del equipo. Adicionalmente, es necesario tener en cuenta condiciones de seguridad especiales para el manejo de

este tipo de equipos. Así mismo, el costo de adquisición de un LDV es alto, más si se desea aumentar las prestaciones que este ofrece, como por ejemplo realizar escaneos en 2D o en 3D.

El sistema híbrido propuesto integra las ventajas que los otros dos sistemas poseen, y evita algunas de las desventajas inherentes a estos. Con este sistema se disminuyen los costos de implementación sin sacrificar la calidad de las mediciones. Para lograr esto se conserva el TAA emisor como fuente de excitación de las ondas de Lamb, y como receptor se utiliza el LDV, cuyo costo de adquisición se ve compensado con las prestaciones que ofrece, tales como las medidas puntuales sobre la superficie de la muestra y la facilidad que brinda para determinar curvas de dispersión de forma rápida. El sistema híbrido ofrece una solución versátil, cómoda, y modular. Permite generar ondas de Lamb utilizando un sistema de costo moderado, sin requerir que el operador tenga cuidados especiales para la manipulación del sistema de generación. Además, permite obtener mediciones con una resolución que está limitada únicamente por el tamaño del spot y la longitud de onda del láser del LDV.

El proceso de inspección fue dividido en tres partes: 1) inspección en materiales bi-capa (Al-Acero), 2) inspección de placas compuestas (CFRP y GFRP), 3) inspección de un cilindro compuesto (Al-CFRP). En las tres situaciones las ondas de Lamb pudieron detectar las anomalías presentes en las muestras. En el caso de la placa bi-capa las ondas de Lamb permitieron diferenciar las fronteras donde se había adherido el acero. La prueba permitió medir las ondas propagadas en el aluminio y en el acero. El efecto de tener estas dos capas se manifestó en las curvas de dispersión, mostrando un incremento en la velocidad de fase en comparación con los valores esperados para el aluminio y el acero por sí solos.

La inspección de las placas compuestas muestra que aunque se propagan diferentes modos (modo flexural y modos de Lamb A_0 y S_0), es el modo A_0 el que prevalece y el que permite realizar la detección de los defectos. Al hacer una comparación entre la placa de CFRP y GFRP, se encontró que en CFRP el modo A_0 se atenúa más. Con base en los resultados del B-Scan, se estima que en la dirección de las fibras el CFRP presenta un decaimiento en amplitud de $2{,}3\,\%/mm$ y el GFRP uno de $0{,}8\,\%/mm$. Este

dato puede ser utilizado para establecer la distancia en pitch-catch entre el emisor y el receptor. Se evaluaron daños por agujero pasante y muesca, y en ambos casos se observó que la interacción entre la onda de Lamb y los daños brinda información del estado de la estructura. En ambos casos los agujeros pudieron observarse gracias a las reflexiones que sufren las ondas. Las muescas por su parte, se observan no solo por las reflexiones, sino porque en la zona donde se encuentra la muesca la amplitud disminuye en el CFRP y aumenta en el GFRP. Asimismo, se presentan cambios en la velocidad del frente de ondas, ayudando a identificar la existencia del defecto. Este resultado se puede observar ya sea que la muesca sea o no visible durante la inspección.

El estudio del cilindro compuesto muestra que la onda de Lamb es capaz de seguir la curvatura del cilindro, y detectar delaminaciones y poros en el recubrimiento de fibra de carbono. Utilizando el sistema híbrido en pitch-catch fue posible observar dos delaminaciones, un despegado, y los defectos ocasionados por poros entre capas de fibra de carbono. Con información complementaria obtenida de un montaje en transmisión se observó que la onda de Lamb provee más información que la que entregan los ensayos en transmisión. Se comprobó que los cambios de intensidad y pendiente en los frentes de fase siguen un patrón que se puede relacionar con la aparición de defectos, su tamaño y ubicación.

Por último, se puede decir que la integración de la información en los dominios del tiempo, la frecuencia (2D), y el tiempo-frecuencia, constituye una herramienta fundamental que permite realzar patrones característicos de la interacción onda-estructura. Esto complementa la información que proveen las curvas de dispersión del material, brindando información adicional acerca del medio por donde se está propagando la onda. En este estudio las curvas de dispersión mostraron cambios solo en el material bi-capa, pero no en las diferentes de condiciones de integridad de los materiales compuestos. Una razón es que los daños no cambiaron radicalmente la geometría de la muestra como para reflejarse en un cambio en las curvas de dispersión. A pesar de esto, análisis del B-Scan y de los frentes de fase permitieron localizar los daños.

Trabajo futuro

El presente trabajo abre las puertas a nuevos campos de inspección sin contacto utilizando ondas elásticas, en las cuales se aprovechen las propiedades de las ondas de Lamb con el fin de caracterizar materiales e identificar daños en diversas estructuras. A continuación se realiza una descripción más detallada de la ruta que puede seguir este trabajo:

Sistemas de inspección

El sistema de inspección puede mejorarse realizando cambios en los dispositivos de excitación y recepción. Por ejemplo, la opción más inmediata es disminuir la potencia del haz láser que se está utilizando actualmente, lo cual se puede lograr utilizando una barrera metálica que permita el paso de una fracción de la energía que está siendo irradiada (*pinhole*), o si los recursos lo permiten equipo óptico especializado que a su vez garantice la preservación de las características del pulso emitido. También, se puede explorar la posibilidad de crear un sistema de láser pulsado de propósito específico, lo que reduce costos en el módulo de excitación. Para esto se puede adquirir la electrónica de control y de potencia, así como el sistema de control de temperatura para regular el calentamiento del láser. Con esta opción es necesario adquirir un diodo centrado en la longitud de onda donde la muestra absorbe más eficientemente la energía irradiada. Las longitudes de onda comúnmente utilizadas son $532nm$ y $1064nm$. Si bien requiere la implementación de un sistema electrónico de complejidad considerable, esta es una alternativa mucho más económica que la compra de un equipo de propósito general, que pueda graduar la intensidad y manejar diferentes longitudes de onda. Referente a los transductores acoplados

en aire, la dificultad asociada con el ancho del haz acústico se puede sortear utilizando lentes acústicas, que permiten disminuir el ancho del haz y por consiguiente el área efectiva que es irradiada.

En recepción pueden explorarse tres alternativas: 1) implementar un sitema de interferometria más ecónomico, 2) aprovechar el fenómeno de ondas de fuga, y 3) aumentar las capacidades de medición del LDV que se tiene. La primera alternativa se puede llevar a cabo montando un sistema de inteferometria de auto-mezclado, el cual requiere de la adquisición de elementos cuyo costo es menor en comparación con una solución comercial como el vibrometro láser. La segunda alternativa se trata de la medición de las ondas de fuga que se propagan por el aire utilizando mecanismos alternativos a un TAA, como por ejemplo un micrófono calibrado más pequeño que el TAA para no distorsionar el campo acústico, un interferometro láser para medir los cambios en el índice de refracción del aire, o montando un sistema de visualización basado en el efecto Schlieren para rastrear el comportamiento de las ondas de fuga que viajan por el aire. La tercera opción se ha contemplado por el interés que nace de observar lo que le sucede a la onda en todo el plano de la muestra y no solamente en una línea. Una forma práctica y eficaz de lograr esto es a través de la deflexión del haz láser para escanear toda la superfice sin necesidad de movimientos mecánicos de los dispositivos de medición, lo cual se puede implementar utilizando espejos galvanométricos.

Interacción onda - materia

Además de la identificación de daños se puede realizar un estudio de la interacción de las ondas de Lamb y el medio por el cual viajan. Para esto se puede iniciar el estudio de modelos por elementos finitos en los cuales se observe el comportamiento de estas ondas a medida que viajan por la muestra, así como su relación con las ondas de fuga, y el impacto que tiene el número de capas y la anisotropía del medio en la propagación de estas. Por otra parte, se puede estudiar el cambio que sufren las ondas de Lamb frente al incremento del daño en la muestra, con lo cual se pueden construir herramientas para predecir el tiempo de vida útil de la estructura estudiada. Es interesante, además, buscar la relación que hay entres estos factores y la información obtenida con las ondas de fuga, explorando la

posibilidad de que estas se puedan utilizar como una herramienta para la detección de daños.

El estudio propuesto se puede llevar a otro tipo de materiales tales como los tejidos vegetales, de tal manera que se obtenga la respuesta dispersiva del tejido y a partir de esta obtener las propiedades de los tejidos y el contenido hídrico en las plantas, de forma no invasiva y no destructiva. Para esto se puede incursionar en los métodos de optimización no líneal que permiten ajustar los datos experimentales, de las curvas de dispersión por ejemplo, con los modelos teóricos del comportamiento de las fibras (materiales compuestos) o de los tejidos (materiales vegetales). De esta manera se pueden extraer parámetros como la velocidad, el espesor, y los modulos de elasticidad, entre otros.

Inspección no destructiva de materiales

Se puede extender el alcance de este trabajo cuantificando los daños presentes en las muestras, de tal manera que se obtenga información del tamaño, ubicación y severidad del defecto, así como la tasa de crecimiento del mismo. Esto abrirá paso al diseño de metodologías para inspeccionar geometrías complejas, no necesariamente planas, que presenten otros tipos de daños, adicionales a los ya estudiados en esta propuesta, tales como grietas, uniones, soldaduras, etc. También se puede pensar en la posibilidad de evaluar el comportamiento de estructuras más grandes, donde los puntos de observación se puedan ubicar en diferentes zonas, no colineales, sobre la superficie de la estructura.

Por último, además de la inducción/medición de ondas de Lamb, también se puede explorar la utilidad del aparataje experimental ya implementado para la generación/detección de ondas superficiales y de cuerpo.

Apoyo y Financiamiento

Este trabajo contó con la financiación del FONDO NACIONAL DE FINANCIAMIENTO PARA LA CIENCIA, LA TECNOLOGÍA Y LA INNOVACIÓN FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS (COLCIENCIAS, Colombia), en el marco del Proyecto 1106-669-45414 "Extracción sin contacto de propiedades y contenido de humedad en tejidos vegetales empleando ondas mecánicas a frecuencias ultrasónicas (UltraVeg)".

También, quiero agradecer el apoyo del Laboratorio de Vibraciones y Acústica (LaVA) de la Escuela de Ingeniería Mecánica, en la Universidad del Valle, por prestar sus instalaciones para realizar las pruebas.

Igualmente agradezco al profesor Tomás Gómez Alvarez-Arenas director del grupo US-BIOMAT, adscrito al Centro Superior de Investigaciones Científicas, CSIC (España), por proveer los transductores acoplados en aire. A la empresa Structural Synergy (Colombia) por proveer las placas compuestas, y a la empresa Kohlenia (Argentina) por proveer el cilindro compuesto.

Anexos

Anexo A

Solución numérica de las curvas de dispersión (Scripts)

A.1. Archivo principal (main)

```
% Configuracion inicial
close all
clear all
clc

% Parametros iniciales
f = (50e3:50e3:10e6); % Banda de frecuencias [Hz]
c_p_0 = (50:50:15000); % Banda de velocidades [m/s]
h = 1e-3; % Espesor de la muestra [m]
c_cortante = 3070; % [m/s]
c_long = 6320; % [m/s]

% Opciones de grafico
% 0: Grafica la curva cuando finaliza todos los calculos
% 1: Grafica la curva a medida que realiza los calculos
graficar = 1;
```

```
17
18 %Funcion que calcula las curvas de dispersion
19 [f_vec,c_sim,c_asim] = curvasDispersion_teoria(f,c_p_0,h,
       c_cortante,c_long,graficar);
20
21 %Modo simetrico
22 cp_sim=c_sim(c_sim>1); %vel. de fase
23 f_sim=f_vec(c_sim>1); %vector de frecs
24 k_sim=2*pi*f_sim./(cp_sim); %Numero de onda
25
26 %Modo antisimetrico
27 cp_asim=c_asim(c_asim>1); %vel. de fase
28 f_asim=f_vec(c_asim>1); % vector de frecs
29 k_asim=2*pi*f_asim./(cp_asim); %Numero de onda
30
31 %Grafico de las curvas de dispersion
32 figure(2)
33
34 subplot(1,1,1)
35 plot(f_sim/1e6,cp_sim,'.b','markersize',15); grid on, hold on
36 plot(f_asim/1e6,cp_asim,'or','markersize',5); grid on, hold off
37 legend('sim','asim',2)
38 title('Curvas de dispersion','fontsize',17)
39 xlabel('fd (MHz)','fontsize',17)
40 ylabel('c_{ph} (m/s)','fontsize',17)
41 set(gca,'fontsize',17)
42
43 ylim([0 12e3])
44 xlim([0 15])
```

A.2. Código de optimización para minimizar las funciones de dispersión

```
%% Funcion que dibuja las curvas de dispersion de una placa isotropica
%
%function [f_vec,cp_sim,cp_asim] = curvasDispersion_teoria(f, c_p_0,h,c_cortante,c_long,graficar)
%f_vec: vector de frecuencias. [Hz]
%cp_sim: curvas de velocidad de fase. Parte simetrica. [m/s]
%cp_asim: curvas de velocidad de fase. Parte asimetrica. [m/s]
%
%f: vector de frecuencias discreto sobre el cual se realiza el ajuste. [Hz]
%ejemplo: f=100e3:200e3:10e6;
%c_p_0: semillas de velocidad a tener en cuenta para realizar el ajuste. [m/s]
%ejemplo: c_p_0=[1000:1000:10000];
%d: espesor de la placa. [m]
%c_T: velocidad cortante sobre la placa. [m/s]
%c_L: velocidad longitudinal sobre la placa. [m/s]
%graficar: Grafica las curvas de dispersion conforme se van calculando 1:
%si. 0: no.

function [f_vec,cp_sim,cp_asim] = curvasDispersion_teoria(f,c_p_0,h,c_cortante,c_long,graficar)

global c_T
global c_L
```

```
22 global d
23
24 c_T=c_cortante;
25 c_L=c_long;
26 d=h;
27
28 options=optimset('TolX',1e-10,'TolFun',1e-10,'Maxiter',1000,'
     MaxFunEvals',1000,'Display','off');
29
30 cp_sim=0;
31 cp_asim=0;
32
33 for cc=1:numel(c_p_0)
34     c_p_0(cc)
35     for kk=1:numel(f)
36
37         %Modo simetrico
38         [cp_data(kk,cc), fval(kk,cc),exitflag(kk,cc)] = fminsearch
              (@(c_p)funcionCosto_sim_version2(c_p,f(kk)),c_p_0(cc),
              options);
39
40         if exitflag(kk,cc)==1 && fval(kk,cc) <=1e-6  && cp_data(kk
              ,cc) >= 0 && cp_data(kk,cc) ~= 0 && (cp_data(kk,cc) >=
              1.02*c_T || cp_data(kk,cc) <= 0.98*c_T)
41             cp_sim(kk,cc)=cp_data(kk,cc);
42             f_vec(kk,cc) = f(kk);
43
44             if graficar ==1
45                 figure(1)
```

```
46                  plot(d*1e3*f_vec(kk,cc)/1e6,cp_sim(kk,cc),'.b');
                        grid on, hold on
47                  drawnow
48              end
49          end
50
51          %Modo asimetrico
52          [cp_data(kk,cc), fval(kk,cc),exitflag(kk,cc)] = fminsearch
                (@(c_p)funcionCosto_asim_version2(c_p,f(kk)),c_p_0(cc),
                options);
53
54          if exitflag(kk,cc)==1 && fval(kk,cc) <=1e-6 && cp_data(kk,
                cc) ~= 0 && cp_data(kk,cc) >= 0
55              cp_asim(kk,cc)=cp_data(kk,cc);
56              f_vec(kk,cc) = f(kk);
57
58              if graficar==1
59                  figure(1)
60                  plot(d*1e3*f_vec(kk,cc)/1e6,cp_asim(kk,cc),'.r');
                        grid on, hold on
61                  drawnow
62              end
63          end
64
65          if graficar == 1
66              figure(1)
67              title('Curvas de dispersion')
68              ylabel('c_{ph} (m/s)')
69              xlabel('fd (MHz*mm)')
70          end
```

```
71      end
72  end
73
74  display('Curvas de dispersion calculadas!!!')
```

A.3. Función de costo para calcular el modo simétrico

```
1   function [e] = funcionCosto_sim_version2(c_p,f)
2
3   global c_T
4   global c_L
5   global d
6
7   p_p=sqrt(abs(c_p.^2/c_L.^2-1));
8   q_p=sqrt(abs(c_p.^2/c_T.^2-1));
9
10  if 0 <= c_p && c_p < c_T
11      term1 = (-q_p.^2-1).^2*tan(1i.*(pi*q_p*f*d/c_p));
12      term2 = -4*(p_p.*q_p).*tan(1i.*(pi*p_p*f*d/c_p));
13
14  elseif c_p <= 1.05*c_T && c_p >= 0.95*c_T
15      term1=1000;
16      term2=1000;
17
18  elseif c_T < c_p && c_p <= c_L
19      term1 = (q_p.^2-1).^2*tan((pi*q_p*f*d/c_p));
20      term2 = 1i*4*(p_p.*q_p).*tan(1i.*(pi*p_p*f*d/c_p));
21
22  elseif c_T < c_L && c_L < c_p
```

```
23      term1 = (q_p.^2-1).^2*tan((pi*q_p*f*d/c_p));
24      term2 = 4*(p_p.*q_p).*tan((pi*p_p*f*d/c_p));
25
26  else
27      term1 = 10000;
28      term2 = 10000;
29
30  end
31
32  e=abs(term1+term2);
```

A.4. Función de costo para calcular el modo anti-simétrico

```
1   function [e] = funcionCosto_asim_version2(c_p,f)
2
3   global c_T
4   global c_L
5   global d
6
7   p_p=sqrt(abs(c_p.^2/c_L.^2-1));
8   q_p=sqrt(abs(c_p.^2/c_T.^2-1));
9
10  if  c_p < c_T
11      term1 = -4*(p_p.*q_p).*tan(1i.*(pi*q_p*f*d/c_p));
12      term2 = (-q_p.^2-1).^2*tan(1i.*(pi*p_p*f*d/c_p));
13
14  elseif c_p <= 1.05*c_L && c_p >= 0.95*c_L
15      term1=20000;
```

```
    term2=20000;

elseif c_T < c_p && c_p <= c_L
    term1 = 1i*4*(p_p.*q_p).*tan((pi*q_p*f*d/c_p));
    term2 = (q_p.^2-1).^2*tan(1i.*(pi*p_p*f*d/c_p));

elseif c_T < c_L && c_L < c_p
    term1 = 4*(p_p.*q_p).*tan((pi*q_p*f*d/c_p));
    term2 = (q_p.^2-1).^2*tan((pi*p_p*f*d/c_p));

else
    term1 = 20000;
    term2 = 20000;

end

e=abs(term1+term2);
```

Bibliografía

[1] S Rokhlin, D Chimenti, and P Nagy. *Physical Ultrasonics of Composites*. OUP USA, 2011.

[2] Joseph Rose. *Ultrasonic Waves in Solid Media*. Cambridge University Press, illustrate edition, 2004.

[3] Victor Giurgiutiu and Sergey Edward Lyshevski. *Micromechatronics: Modeling, Analysis, and Design with MATLAB, Second Edition*. Nano- and Microscience, Engineering, Technology and Medicine. CRC Press, illustrate edition, 2016.

[4] J L Rose, S P Pelts, and M J Quarry. A comb transducer for mode control in guided wave NDE. In *Ultrasonics Symposium, 1997. Proceedings., 1997 IEEE*, volume 2, pages 1033–1036. IEEE, 1997.

[5] V. Giurgiutiu. Embedded Non-destructive Evaluation for Structural Health Monitoring, Damage Detection, and Failure Prevention. *The Shock and Vibration Digest*, 37(2):83–105, 2005.

[6] Yan Zhao, ZhongHua Shen, Jian Lu, and XiaoWu Ni. Numerical simulation and experimental detection of leaky Lamb waves induced by pulse laser at air-solid interfaces. *Science in China Series G: Physics, Mechanics and Astronomy*, 51(6):607–616, 2008.

[7] D. E. Chimenti. Review of air-coupled ultrasonic materials characterization. *Ultrasonics*, 54(7):1804–1816, 2014.

[8] Michel Misiti, Yves Misiti, Georges Oppenheim, and Jean-Michel Poggi. Wavelet Toolbox for use with Matlab. User's Guide. Technical report, MathWorks, Inc., 1996.

[9] S Gholizadeh. A review of non-destructive testing methods of composite materials. *Procedia Structural Integrity*, 1:50–57, 2016.

[10] Horace Lamb. On Waves in an Elastic Plate. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, 93(648):114 LP – 128, 1917.

[11] D. C. Worlton. Ultrasonic testing with Lamb waves. *Non-Destructive Testing*, 15:218–222, 1957.

[12] D. C. Worlton. Experimental Confirmation of Lamb Waves at Megacycle Frequencies. *Journal of Applied Physics*, 32(6):967, 1961.

[13] Michael J. Lowe. DISPERSE, An interactive program for generating dispersion curves, 1997.

[14] Zhongqing Su and Lin Ye. *Identification of Damage Using Lamb Waves: From Fundamentals to Applications*, volume 48. Springer London, 1st edition, 2009.

[15] V Agostini, P P Delsanto, I Genesio, and D Olivero. Simulation of Lamb wave propagation for the characterization of complex structures. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 50(4):441–448, 2003.

[16] W. H. Prosser, Michael D. Seale, and Barry T. Smith. Time-frequency analysis of the dispersion of Lamb modes. *Journal of Acoustic Society of America*, 105(5):2669–2676, 1999.

[17] Christian Grosse. Acoustic Emision (AE), HSU-Nielsen source, 2002.

[18] Yung-Chun Lee and Sheng-Wen Cheng. Measuring Lamb wave dispersion curves of a bi-layered plate and its application on material characterization of coating. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 48(3):830–837, may 2001.

[19] Nadia Harhad, Mounsif Ech Cherif El-Kettani, Hakim Djelouah, Jean Louis Izbicki, and Mihai Valentin Predoi. Propagation of Lamb waves in an immersed periodically grooved plate: Experimental detection of the scattered converted backward waves. *Ultrasonics*, 54(3):860–866, 2014.

[20] Michal Manka, Mateusz Rosiek, Adam Martowicz, and Tadeusz Uhl. Interdigital transducers for Lamb-wave SHM systems: Design and sensitivity analysis. *Mechanics and Control*, 30(2), 2011.

[21] B.S. Ben, B.a. Ben, K.a. Vikram, and S.H. Yang. Damage identification in composite materials using ultrasonic based Lamb wave method. *Measurement*, 46(2):904–912, 2013.

[22] Fabrizio Ricci, Ajit Mal, Ernesto Monaco, Leandro Maio, Natalino Boffa, Marco Di Palma, and Leonardo Lecce. Guided waves in layered plate with delaminations. In *7th European Conference on Structural Health Monitoring*, pages 80–87, La cité, Nantes, France, 2014.

[23] A Emadi and D A Buchanan. An Air-Coupled Multiple Moving Membrane Micromachined Ultrasonic Transducer With Inverse Biasing Functionality. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 63(8):1140–1147, 2016.

[24] M Gaal, J Döring, J Bartusch, U Beck, M Weise, V Bovtun, G Brekow, and M Kreutzbruck. Parameter reproducibility of polypropylene ferroelectret transducers for air-coupled ultrasonic testing. In *2011 IEEE International Ultrasonics Symposium*, pages 1673–1675. IEEE, oct 2011.

[25] Tomás E. Gómez Álvarez-Arenas, T.R. Shrout, S.J. Zhang, and H.J. Lee. Air-coupled transducers based on 1-3 connectivity single crystal piezocomposites. In *Ultrasonics Symposium (IUS), 2012 IEEE International*, pages 2230–2233. IEEE, 2013.

[26] W A Grandia and C M Fortunko. NDE applications of air-coupled ultrasonic transducers. In *1995 IEEE Ultrasonics Symposium. Proceedings. An International Symposium*, volume 1, pages 697–709 vol.1, nov 1995.

[27] M Toda. New type of matching layer for air-coupled ultrasonic transducers. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 49(7):972–979, 2002.

[28] M. Castaings, P. Cawley, R. Farlow, and G. Hayward. Air-Coupled Ultrasonic Transducers for the Detection of Defects in Plates. In Donald O. Thompson and D. E. Chimenti, editors, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, volume 15A*, chapter 4, pages 1083–1090. Springer US, 1996.

[29] M Castaings and B Hosten. Lamb and SH waves generated and detected by air-coupled ultrasonic transducers in composite material plates. *NDT & E International*, 34(4):249–258, 2001.

[30] Igor Solodov, Daniel Döring, and Gerd Busse. Air-coupled lamb and rayleigh wave for remote NDE of defects and material elastic properties. In *The 10th International COnference of the Slovenian Society for Non-Destructive Testing: Application of Contemporary Non-Destructive Testing in Engineering*, pages 37–45, Ljubljana, Slovenia, 2009.

[31] Yoseph Bar-Cohen, Zensheu Chang, and Ajit Mal. Characterization of defects in composite material using rapidly acquired leaky Lamb wave dispersion data. In *7th European Conference on Non-Destructive Testing and Exhibition*, pages 1–8, Copenhagen, 1998.

[32] Yoseph Bar-Cohen, Ajit Mal, Shyh-Shiuh Lih, and Zensheu Chang. Composite materials stiffness determination and defects caracterization using enhaced leaky Lamb wave dispersion data acquisition method. In *SPIE's 6th Annual International Symposium on NDE of Aging, Aircraft, Airports, and Aerospace Hardware*, pages 1–6, Newport Beach, 1999.

[33] Rabi Sankar Panda, Durvasula Sasanka, Prabhu Rajagopal, and Krishnan Balasubramaniam. Lamb wave interactions with delaminations in composite laminates using air-coupled ultrasonic visualisation. In NDT.net, editor, *Asia Pacific Conference on Non-Destructive Testing (APCNDT 2013)*, pages 1–8, Bombay, 2013.

[34] M D Fariñas, H Calás, and T E G Álvarez-Arenas. Visualization of lamb wave propagation in uncured CFRP and curved surfaces using air-coupled ultrasound. In *2012 IEEE International Ultrasonics Symposium*, pages 1429–1432, oct 2012.

[35] J Brizuela, J Camacho, T G Álvarez-Arenas, J Cruza, and E Poodts. Air-coupled ultrasound inspection of complex aluminium-CFRP components. In *2016 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*, pages 1–4, sep 2016.

[36] Victor Contreras, Jan Lonnqvist, and Juha Toivonen. Edge filter enhanced self-mixing interferometry. *Opt. Lett.*, 40(12):2814–2817, jun 2015.

[37] Victor Contreras, Jan Lönnqvist, and Juha Toivonen. Detection of single microparticles in airflows by edge-filter enhanced self-mixing interferometry. *Optics express*, 24(8):8886–94, apr 2016.

[38] P L Ridgway, R E Russo, E F Lafond, C C Habeger, and T Jackson. Laser ultrasonic system for on-line measurement of elastic properties of paper. *Journal of Pulp and Paper Science*, 29(9):289–293, 2003.

[39] R. Daniel Jr. Costley and Yves H. Berthelot. Laser Generation of Rayleigh and Lamb Waves for Ultrasonic Nondestructive Testing. In Donald O. Thompson and Dale E. Chimenti, editors, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, Volume 12A*, chapter 2, pages 579–586. Springer US, 1993.

[40] S. J. Davies, C. Edwards, G.S. Taylor, and S.B. Palmer. Laser-Generated Ultrasound - Its Properties, Mechanisms and Multifarious Applications. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 26:329–348, 1993.

[41] S.G. Pierce and B. Culshaw. Laser generation of ultrasonic Lamb waves using low power optical sources. *IEE Proceedings - Science, Measurement and Technology*, 145(5):244 – 249, 1998.

[42] J. H. Jong, P. H. Brodeur, E. F. Lafond, J. P. Gerhardstein, and B. M. Pufahl. Laser ultrasonics for noncontact measurement of Lamb waves in static and moving paper. *Journal of Pulp and Paper Science*, 26(10):358–366, 2000.

[43] Philipp Huke, Martin Schröder, Sandra Hellmers, Michael Kalms, and Ralf B Bergmann. Efficient laser generation of Lamb waves. *Opt. Lett.*, 39(20):5795–5797, oct 2014.

[44] Weimin Gao, Christ Glorieux, and Jan Thoen. Laser ultrasonic study of Lamb waves: determination of the thickness and velocities of a thin plate. *International Journal of Engineering Science*, 41(2):219–228, 2003.

[45] W. J. Staszewski, B. C. Lee, L. Mallet, and F. Scarpa. Structural health monitoring using scanning laser vibrometry: I. Lamb wave sensing. *Smart Materials and Structures*, 13(1):251–260, 2004.

[46] Bernd Köhler. Dispersion Relations In Plate Structures Studied with a Scanning Laser Vibrometer. In *European Conference on Non-Destructive Testing (ECNDT)*, pages 1–11, Berlin, Germany, 2006.

[47] Bernard Masserey and Paul Fromme. On the reflection of coupled Rayleigh-like waves at surface defects in plates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(1):88–98, 2008.

[48] M Castro-Colín, J.A. López, and R Osegueda. Identification of Laser - induced Lamb waves. *Revista mexicana de física*, 53(3):12–15, 2007.

[49] Jürgen; Pohl, Gerhard; Mook, Rolf; Lammering, and Sven von Ende. Laser-vibrometric measurement of oscillating piezoelectric actuators and of Lamb waves in CFRP plates for structural health monitoring. In *9th International Conference on Vibration Measurements by Laser and Noncontact Techniques*, pages 65–72, Ancona, Italy, 2010.

[50] Piervincenzo Rizzo, Marcello Cammarata, Ivan Bartoli, Francesco Lanza di Scalea, Salvatore Salamone, Stefano Coccia, and Robert Phillips. Ultrasonic guided waves based monitoring of rail head: laboratory and field tests. *Advances in Civil Engineering*, 2010:1–13, 2010.

[51] M. S. Harb and F. G. Yuan. A rapid, fully non-contact, hybrid system for generating Lamb wave dispersion curves. *Ultrasonics*, 61:62–70, 2015.

[52] M. S. Harb and F. G. Yuan. Non-contact ultrasonic technique for Lamb wave characterization in composite plates. *Ultrasonics*, 64:162–169, 2016.

[53] P.-Y. Le Bas, M C Remillieux, L Pieczonka, J A Ten Cate, B E Anderson, and T J Ulrich. Damage imaging in a laminated composite plate using an air-coupled time reversal mirror. *Applied Physics Letters*, 107(18):184102, 2015.

[54] David N. Alleyne and Peter Cawley. The Interaction of Lamb Waves with Defects. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 39(3):381–397, 1992.

[55] P Hora and O. Cervena. Determination of Lamb Waves Dispersion Curves by Means of Fourier Transform. *Applied and Computational Mechanical*, 6:5–16, 2012.

[56] F. Schöpfer, F. Binder, A. Wöstehoff, T. Schuster, S. von Ende, S. Föll, and R. Lammering. Accurate determination of dispersion curves of guided waves in plates by applying the matrix pencil method to laser vibrometer measurement data. *CEAS Aeronautical Journal*, 4(1):61–68, jan 2013.

[57] V T Prado, S C G Granja, R T Higuti, C Kitano, O Martinez-Graullera, and L E Segura. Defect detection in anisotropic plates based on the instantaneous phase of signals, 2015.

[58] Walter Gander and Jiri Hrebicek. *Solving Problems in Scientific Computing Using Maple and MATLAB*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 4 edition, 2004.

[59] Wong Young Yang. *Signals and Systems with MATLAB*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, first edition, 2009.

[60] B. Boashash. Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. I. Fundamentals. *Proceedings of the IEEE*, 80(4), 1992.

[61] F.J. Harris. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform. *Proceedings of the IEEE*, 66(1):51–83, 1978.

[62] D T Blackstock. *Fundamentals of Physical Acoustics*. A Wiley-Interscience publication. Wiley, illustrate edition, 2000.

[63] ASTM. E2661 / E2661M - 15, Standard practice for acoustic emission examination of plate-like and flat panel composite structures used in aerospace applications, 2015.

[64] Bing Li, Peng Duan, Lei Qiang, and Jie Zhuo. A graphical edge method to solve dispersion equation of Lamb Waves. In *Proceedings of the first symposium on aviation maintenance and management*, pages 471–479, 2014.

[65] Michael J. Lowe. Matrix Techniques for Modeling Ultrasonic Waves in Multilayered Media. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 42(4):525–542, 1995.

[66] Seth S Kessler, S Mark Spearing, and Constantinos Soutis. Damage detection in composite materials using Lamb wave methods. *Smart Materials and Structures*, 11(2):269–278, 2002.

[67] C.J. Keulen, B. Rocha, M. Yildiz, and A. Suleman. Structural health monitoring using Lamb wave based piezoelectric networks and phased array solutions. In *North Atlantic Treaty Organization Science and Technology Organization (En-AVT-220)*, pages (09) 1–16. S. & T. Organization, 2014.

[68] Pawel Malinowski, Tomasz Wandowski, Irina Trendafilova, and Wieslaw Ostachowicz. A phased array-based method for damage detection and localization in thin plates. *Structural Helath Monitoring*, 8(1):5–15, 2008.

[69] Zichuan Fan, Wentao Jiang, Maolin Cai, and William M D Wright. The effects of air gap reflections during air-coupled leaky Lamb wave inspection of thin plates. *Ultrasonics*, 65:282–95, feb 2016.

[70] Sadayuki Takahashi and Hiroji Ohigashi. Ultrasonic imaging using air-coupled P(VDF/TrFE) transducers at 2MHz. *Ultrasonics*, 49(4-5):495–498, 2009.

[71] Wongee Chun, Seung Jin Oh, Yoon Joon Lee, Sang Hoon Lim, Rohit Surathu, and Kuan Chen. Acoustic waves generated by a TA (ThermoAcoustic) laser pair. *Energy*, 45(1):541–545, 2012.

[72] Chen Guang Xu, Bai Qiang Xu, and Gui Dong Xu. Laser-induced thermoelastic Leaky Lamb waves at the fluid-solid interface. *Applied Physics A: Materials Science and Processing*, 105(2):379–386, 2011.

[73] Frank B A Früngel. *High speed pulse technology*, volume IV. Academic Press New York, 1965.

[74] a Cavuto, F Sopranzetti, M Martarelli, G M Revel, and Mathematical Sciences. Laser-Ultrasonics Wave Generation and Propagation FE Model in Metallic Materials Introduction : Laser-Ultrasonics. 2(2), 2013.

[75] David Alejandro Collazos-Burbano, Alejandro Orrego-Gonzales, and Joao Ealo Cuello. Non-contact hybrid system for identification of Lamb waves and extraction of dispersion curves in plates. In *3rd International Conference on Advanced Mechatronic, Design, and Manufacturing Technology, AMDM, April 13-15,*, 2016.

[76] Robert E Green. Non-contact ultrasonic techniques. *Ultrasonics*, 42(1):9–16, 2004.

[77] Todd W. Murray, Puxiang Lai, and Ronald A. Roy. Measuring tissue properties and monitoring therapeutic responses using acousto-optic imaging. *Annals of Biomedical Engineering*, 40(2):474–485, 2012.

[78] Tektronix. User Manual. TDS1000 and TDS2000 Series Digital Storage Oscilloscope. Technical report, Tektronix, Inc., 2002.

[79] Boualem Boashash. *Time-frecuency signal analysis and processing: a comprehensive review.* Elsevier Science & Technology Books, 2 illustra edition, 2015.

[80] Simon Haykin and Barry Van Veen. *Señales y sistemas.* Limusa, 2001.

[81] Mustofa Nurhussien Ahmed. A study of guided ultrasonic wave propagation characteristics in thin aluminum plate for damage detection, 2014.